

УДК 556.537:532.543

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА ШЕЗИ: ТРАДИЦИЯ И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ*

© 2012 г. А.П. Лепихин^{1,2}, А.В. Богомолов¹, М.П. Дальков³

¹ Горный институт Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь

² Камский филиал ФГУП «Российский научно-исследовательский институт комплексного использования и охраны водных ресурсов», г. Пермь

³ ФГУП «Российский научно-исследовательский институт комплексного использования и охраны водных ресурсов», г. Екатеринбург

Ключевые слова: русловые потоки, гидравлическое сопротивление, зернистая и грядовая шероховатость.

Рассмотрены особенности задания коэффициентов Шези для русловых потоков. Показано, что большинство традиционных методов оценки данного коэффициента дают весьма близкие результаты для безгрядового режима. Ситуация значительно усложняется при грядовом режиме, так как в этом случае необходимо учитывать в числе определяющих параметров коэффициент устойчивости частиц. Дан анализ современных подходов к оценке коэффициентов Шези при грядовом режиме. Продемонстрировано, что данные коэффициенты очень существенно влияют на гидроморфологические параметры русловых потоков.

Введение

Коэффициент Шези занимает центральное место в динамике русловых потоков, являясь ключевым параметром в зависимостях, связывающих морфометрические и динамические характеристики руслового потока. По оценке К.В. Гришанина [1], уже к 30-м годам XX в., было предложено более 200 различных зависимостей для оценки данного коэффициента. Их разработка интенсивно продолжается и в настоящее время [2–5]. Для того чтобы достаточно аргументировано ответить на вопрос, чем определяется такое многообразие предлагаемых зависимостей для оценки коэффициента Шези, необходимо, в первую очередь, рассмотреть основные факторы, определяющие гидравлическое сопротивление русловых потоков.

Особенности гидравлического сопротивления, формируемого зернистой и грядовой шероховатостями

Антуан Шези [6], занимаясь расчетами параметров канала для обеспечения водоснабжения г. Парижа в 1775 г., принимая, что гидравлическое

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 10-01-96060-Урал

сопротивление потока пропорционально квадрату скорости, установил, что частное скоростей течения двух водотоков должно относиться как

$$\frac{V_1^2}{V_2^2} = \left(\frac{F_1 \cdot P_2}{F_2 \cdot P_1} \right) \left(\frac{i_1}{i_2} \right),$$

где V_1, F_1, P_1, i_1 – соответственно, средняя скорость течения по сечению потока, площадь поперечного сечения, смоченный периметр и гидравлический уклон первого и V_2, F_2, P_2, i_2 – второго водотока, откуда следует, что

$$V \sim C \cdot (R \cdot i)^{1/2}, \quad (1)$$

где $R = \frac{F}{P}$ – гидравлический радиус. Параметр пропорциональности C

получил название коэффициента Шези.

Дю Бюа [7] в 1779 г., рассматривая общие принципы гидравлики русловых потоков, принимая, что основной силой, определяющей движение жидкости в водотоках, является сила тяжести, а гидравлическое сопротивление пропорционально квадрату скорости, совершенно независимо от А. Шези, получил аналогичное соотношение

$$V^2 = m \cdot g \cdot R \cdot i.$$

При этом нетрудно видеть, что $\frac{C}{\sqrt{g}} = m$.

Запись данного уравнения в форме дю Бюа значительно более корректна.

Коэффициент $\frac{C}{\sqrt{g}} = m$ не может быть постоянной величиной и зависит

от морфометрических характеристик водотока. На протяжении более чем 200 лет большое количество исследователей активно занимались установлением этих весьма актуальных для речной гидравлики зависимостей.

Еще в XIX в. было установлено [6], что зависимость силы гидравлического сопротивления $F_{\text{сопр}}$ от скорости течения в каналах и трубах описывается полиномом второй степени:

$$F_{\text{сопр}} = A_1 \cdot V + A_2 \cdot V^2. \quad (2)$$

При этом при $Re \ll Re_{\text{кр}}$, $\frac{A_1}{A_2} \gg 1$, а при $Re \gg Re_{\text{кр}}$, $\frac{A_1}{A_2} \ll 1$, где $Re = \frac{V \cdot R}{\nu}$. Здесь A_1 и A_2 – эмпирические коэффициенты, зависящие от ре-

жима течения, ν – кинематическая вязкость, Re – число Рейнольдса, характеризующее режим течения в водотоке, при $Re \ll Re_{кр}$ – режим течения ламинарный, а если $Re \gg Re_{кр}$ – турбулентный режим, $Re_{кр}$ – критическое значение числа Рейнольдса.

Проблема осложняется тем, что русловые потоки характеризуются не только очень широким диапазоном изменения морфометрических и динамических параметров потока, но и подвижностью частиц, способных активно перемещаться и образовывать грядовые структуры, существенно влияющие на величину гидравлических сопротивлений движению воды. Для этих условий (2) можно рассмотреть полином третьей степени по V

$$R \cdot g \cdot i = A_1 \cdot V + A_2 \cdot V^2 + A_3 \cdot V^3 \text{ или } i = \frac{A_1}{R \cdot g} \cdot V + \frac{A_2}{R \cdot g} \cdot V^2 + \frac{A_3}{R \cdot g} \cdot V^3 .$$

Нетрудно видеть, что коэффициенты A_1, A_2, A_3 должны описываться параметрами, определяющими динамику руслового потока. В качестве таких параметров можно принимать ν – кинематическую вязкость воды, R – гидравлический радиус, g – ускорение свободного падения, d – характерный размер донных отложений, i – гидравлический уклон. При этом необходимо учитывать, что при $d \leq \frac{\nu}{V_*}$ русло является гидравлически гладким. В слу-

чае $d > \frac{\nu}{V_*}$ и $\frac{d}{H \cdot i} > 1$ находящиеся на дне частицы неподвижны, а при $\frac{d}{H \cdot i} < 1$ – неустойчивы (V_* – динамическая скорость потока, H – средняя глубина потока, i – уклон водной поверхности).

С учетом анализа размерностей можно принять: $A_1 = \frac{\nu}{R} C_1$, $A_2 = C_2$, $A_3 = \frac{C_3}{(g \cdot d)^{1/2}}$, где C_1, C_2, C_3 – безразмерные константы. Примем, что коэффициенты C_1, C_2, C_3 независимы относительно определяющих их параметров. В этом случае:

$$C_1 = \left(\frac{R}{\nu}\right)^{\gamma_1}, C_2 = \left(\frac{d}{H}\right)^{\gamma_{21}} \cdot \left(\left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{1/3} \frac{1}{d}\right)^{\gamma_{22}}, C_3 = \left(\left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{1/3} \frac{1}{d}\right)^{\gamma_{31}} \cdot \left(\frac{d}{R}\right)^{\gamma_{32}} .$$

Записывая уравнение (2) относительно V имеем

$$V + \frac{R}{\nu} \left(\frac{C_2}{C_1}\right) V^2 + \frac{R}{\nu \cdot (g \cdot d)^{1/2}} \cdot \left(\frac{C_3}{C_1}\right) \cdot V^3 - \frac{R^2 \cdot g \cdot i}{\nu \cdot C_1} = 0 .$$

В общем случае решение этого уравнения имеет весьма громоздкий вид. Однако для ряда частных случаев нетрудно получить полезные и относительно простые решения. При

$$\left(\frac{R \cdot V}{\nu}\right) = \text{Re} \ll 1 \text{ и } \left(\text{Re} \cdot \frac{V}{(g \cdot d)^{1/2}}\right) \ll 1 \quad (3)$$

из этого уравнения следует известное соотношение Стокса для скорости течения при ламинарном режиме

$$V = C_1 \cdot \frac{R^2 \cdot g \cdot i}{\nu}. \quad (4)$$

Данное соотношение может использоваться для оценки скорости течения при отсутствии турбулентного сопротивления. При использовании стандартной формы записи уравнения Шези соотношение (4) представляется как уравнение (1), где коэффициент Шези $C \sim 0,577 \text{ Re}^{1/2}$ [8].

Другое решение получаем при $\text{Re} \gg 1$ и $\left(\text{Re} \cdot \frac{V}{(g \cdot d)^{1/2}}\right) \ll 1$ (частицы

донных отложений стабильны). В этом случае

$$V = \left(\frac{1}{C_2}\right)^{1/2} \cdot (R \cdot g \cdot i)^{1/2}. \quad (5)$$

При $C_2 = \frac{g}{C^2}$ (C – коэффициент Шези) уравнение (5) соответствует уравнению Шези–дю Бюа.

При условии $\left(\frac{V}{(g \cdot d)^{1/2}}\right) \ll 1$, соответствующем подвижному дну,

получаем

$$V = \frac{(R^{1/3} \cdot g^{1/2} \cdot d^{1/6}) \cdot i^{1/3}}{C_3}. \quad (6)$$

Данное соотношение хорошо согласуется с моделями Ласеу [9], А.М. Вольнова [5], Д.А. Альтшуля [10] для оценки коэффициентов Шези при подвижности частиц донных отложений, а также с результатами работ [11, 12], полученными на основе анализа натурных и экспериментальных данных при $d \leq 10^{-2}$ м.

При наличии на дне рек подвижных русловых форм (гряд) необходимо учитывать суммарное эффективное сопротивление. Для этого используется принцип суммирования коэффициентов гидравлического сопротивления, обусловленных зернистым $\lambda_{\text{зерн}}$ и грядовым $\lambda_{\text{гр}}$ сопротивлениями [1, 12–14]

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_{\text{зерн}} + \lambda_{\text{гр}}. \quad (7)$$

Так как $C = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}$, то

$$C_{\Sigma} = \frac{C_{\text{зерн}} \cdot C_{\text{гр}}}{(C_{\text{зерн}}^2 + C_{\text{гр}}^2)^{1/2}} = \frac{C_{\text{зерн}}}{\left(\left(\frac{C_{\text{зерн}}}{C_{\text{гр}}} \right)^2 + 1 \right)^{1/2}}, \quad (8)$$

где λ – эффективное гидравлическое сопротивление; $C_{\text{гр}}$, $C_{\text{зерн}}$ – коэффициенты Шези, учитывающие зернистую и грядовую шероховатости.

Зависимость коэффициента Шези от гидравлических параметров водотока и подвижности донных отложений

При турбулентном режиме и для гидравлически гладкого русла, единственным параметром изменения коэффициента гидравлического сопротивления и, соответственно, коэффициента Шези, является число Рейнольдса, поскольку $\lambda \sim f(\text{Re})$. Такую структуру, в частности, имеет формула Блазиуса, согласно которой $\lambda \sim (1/\text{Re})^{1/4}$. С учетом зависимости между коэффициентами C и λ из этой формулы следует, что при $\text{Re} > 10^5$ $C = 28,6 \text{ Re}^{1/8}$. При $\text{Re} < 10^5$ зависимость C от числа Рейнольдса носит неявный характер [12]:

$$C = 4(\sqrt{2g}) \cdot \lg\left(\frac{\text{Re}\sqrt{8 \cdot g}}{2,51C}\right). \quad (9)$$

Русла естественных водотоков, как правило, не являются гидравлически гладкими. Поэтому расчетные соотношения для оценки гидравлического сопротивления в таких потоках должны включать характерные размеры частиц донных отложений. Если частицы на поверхности дна неподвижны, а их размеры Δ больше толщины вязкого подслоя $\Delta \geq \nu/V_*$, то изменение коэффициента гидравлического сопротивления (в соответствии с гипотезой Р. Мизеса) зависит от величины отношения Δ/R или относительной шероховатости $\bar{\Delta} = \Delta/R$.

Для строгой оценки коэффициента Шези $C/\sqrt{g} = m$ можно воспользоваться соотношением $\frac{C}{\sqrt{g}} = \left(\frac{V_{\text{cp}}}{V_*}\right)$, где V_{cp} – среднее по глубине значение скорости $V_{\text{cp}} = \frac{1}{H} \int_{\Delta}^H V(y) dy$.

Для оценки отношения средней скорости потока к динамической скорости можно воспользоваться логарифмической эпюрой вертикального распределения по глубине водного потока, следующей из решения уравнения [15]:

$$\frac{y}{V_*} \frac{dV(y)}{dy} = \chi, \quad (10)$$

где χ – постоянная Кармана. Ее использование означает, что вертикальный градиент скорости потока обладает свойством автомодельности по отношению к изменению локального числа Рейнольдса Re_* . С учетом (10) суммарная величина гидравлического сопротивления при $C_1 = P_* - 1/\chi$ оценивается из соотношения

$$\frac{V_{\text{cp}}}{V_*} = \frac{1}{\chi} \ln\left(\frac{H}{\Delta}\right) + C_1. \quad (11)$$

В условиях неполной автомодельности имеем [16]

$$\frac{y}{V_*} \frac{dV(y)}{dy} = \chi \left(\frac{V_* \cdot y}{v}\right)^{\alpha(Re)}. \quad (12)$$

Для гидравлически негладкого русла:

$$\frac{V_{\text{cp}}}{V_*} = \frac{P}{1 + \alpha(Re)} \left(\frac{H}{\Delta}\right)^{\alpha(Re)}, \quad P_* = \frac{V_{\Delta}}{V_*}, \quad (13)$$

где V_* , V_{Δ} – динамическая и придонная скорости потока, соответственно. Параметр $P_* = 7,5$ по оценке К.В. Гришанина [1]; по мнению В.И. Ефремова $P_* = 7,4$ [8]; а по экспериментальным данным Ванони $P_* = 6$ [8].

Параметр $\alpha(Re)$, являющийся определяющим при использовании степенного распределения скорости по глубине потока, изменяется в зависимости от Re в интервале $0,1 \leq \alpha(Re_*) \leq 0,2$ [16]. Если $Re_* = \frac{V_* H}{v} \rightarrow 10^2$, то $\alpha(Re) \rightarrow 0,2$, при $Re_* \rightarrow 10^5$ $\alpha(Re) \rightarrow 0,1$.

Используя вышеуказанные оценки, исходя из соотношения (11), имеем

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{1}{\chi} \ln\left(\frac{H}{\Delta}\right) + P_* - \frac{1}{\chi}, \quad (14)$$

в то же время при использовании соотношения (13):

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = P_* \left(\frac{H}{\Delta}\right)^{\alpha(\text{Re})} \quad \text{при } 1/10 \leq \alpha(\text{Re}) \leq 1/5. \quad (15)$$

Для равнинных рек величина параметра $\alpha(\text{Re})$ в уравнении (15) принимается равной приблизительно 1/6. Большинство предлагаемых и используемых соотношений для оценки коэффициента $C_{\text{зерн}}$ имеют структуру, близкую к соотношениям (14, 15). Данное обстоятельство обусловлено особенностями логарифмической функции:

- в диапазоне значений $10^2 < Z = H/\Delta < 10^3$ она очень близка к степенной функции с показателем степени $\alpha = 1/6$;
- в диапазоне $50 < Z < 500$ – к степенной функции с показателем степени $\alpha \sim 1/5$.

Таким образом, в рассматриваемом диапазоне и при данных значениях коэффициента $\alpha(\text{Re})$, логарифмические и степенные функции практически тождественны, и, соответственно, зависимости, используемые для оценки коэффициента $C_{\text{зерн}}$, построенные с их использованием, также тождественны.

Достаточно часто для оценки сопротивления частиц русловых отложений используется коэффициент «гидравлической шероховатости» – n . Согласно классической формуле Штриклера

$$n = \frac{P_1 \Delta^{1/6}}{\sqrt{g}},$$

где $P_1 \approx 0,145$ или в более общем виде

$$n = P_{no} \Delta^\alpha, \quad (16)$$

где P_1 и P_{no} – эмпирические коэффициенты.

С учетом соотношения (11)

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{P_* R^{\alpha(\text{Re})}}{nP_{no}}, \quad (17)$$

а также

$$\ln\left(\frac{H}{\Delta}\right) = \ln H - \ln(\Delta) \sim \ln n + 1/n, \quad (18)$$

получаем зависимость:

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = P \ln H + 1/n. \quad (19)$$

Она аналогична по структуре формуле Бахметьева–Агроскина [4].

При $\frac{P_*\sqrt{g}}{P_{no}} = 1$, $\alpha \sim 1/6$ формула (17) приводится к наиболее популярному

соотношению для оценки коэффициента Шези – формуле Маннинга. Попытка строгого теоретического обоснования этой формулы на основе схемы диссипации турбулентной энергии потока А.Н. Колмогорова была принята в [17].

Сопоставительный анализ различных способов задания коэффициента Шези

Наиболее распространенные соотношения для оценки коэффициента Шези приведены в табл. 1. Все ранние формулы для определения коэффициента гидравлического сопротивления или коэффициента Шези, построенные на основе рассмотренной выше схем, являются явными. Поскольку распределение скорости течения по глубине потока зависит от коэффициента сопротивления, то они должны учитывать неявную связь между этими переменными [14]. Поэтому с середины XX в. стали разрабатываться соотношения, учитывающие изменение гидравлического сопротивления в зависимости от характера эпюр местных скоростей течения. Наиболее известна формула Железнякова [18]:

$$C = 1/n + \frac{2,3\sqrt{g}}{k} \lg(H), \quad (20)$$

где k – параметр профиля скорости

$$k = \frac{2,3\sqrt{g} + 0,3C}{\sqrt{g} + C}.$$

Зависимость (20) по структуре близка к соотношению Бахметьева–Агроскина [2]. Отличие между ними заключается во введении параметра k , зависящего в свою очередь от коэффициента C .

Таблица 1. Наиболее распространенные соотношения для оценки коэффициента Шези

Наименование	Соотношение	Год
Формулы Гангилье-Куттера	$C = \frac{\left(23 + \frac{0,00155}{i} - \frac{1}{n}\right)}{1 + \left(\frac{23 + \frac{0,00155}{i}}{\sqrt{R}}\right)^n}$	1869
Формулы Базена	$C = \frac{87}{\left(1 + \frac{\beta(n)}{\sqrt{R}}\right)}$	1887
Формула Маннинга	$C = \frac{0,15\sqrt{g}R^{1/6}}{\Delta^{1/6}}$	1889
Формула Маннинга (поздний)	$C = 34 \left(1 + \frac{\sqrt{R}}{4} - \frac{0,07}{\sqrt{R}}\right)$	1890
Формула Маннинга-Штриклера	$C = \frac{\sqrt{g} \left(\frac{H}{\Delta}\right)^{1/6}}{0,15}$	1923
Формула Бахметьева-Агроскина	$C = \frac{1}{n} + 17,72 \log(R)$	1949
Формула Альтшуля-Лудова	$C = \exp\left(\frac{1,3 \log(R) - 2,3 \log(n)}{1 + 0,22 \log(R)}\right)$	1952
Формула Павловского	$C = \frac{R^{\alpha(n,R)}}{n}$ $\alpha(n,R) = 2,5(\sqrt{n}) - 0,75(\sqrt{R})[(\sqrt{n}) - 0,1] - 0,13$	1927
Формула Железнякова	$C = 1/n + \frac{2,3\sqrt{g}}{k} \lg(H), k - \text{параметр профиля скорости}$ $k = \frac{2,3\sqrt{g} + 0,3C}{\sqrt{g} + C}$	1957
Формула Альбертсона	$C = 6,06\sqrt{g} \left[\log\left(\frac{H}{\Delta}\right) \right]$	1958

Окончание табл. 1

Наименование	Соотношение	Год
Формула Зегжда-Гришанина	$C = \sqrt{g} \left[5,66 \log \left(\frac{2H}{3\Delta} \right) + 6 \right]$	1962
Формула Толмаза	$C = 7,4\sqrt{g} \left[\log \left(\frac{31\frac{H}{\Delta} + 2}{\frac{H}{\Delta} + 2} \right) + \frac{\left(m \left(\frac{H}{\Delta} \right) - 1,5 \right) \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{\frac{1}{m \left(\frac{H}{\Delta} \right)}}}{m \left(\frac{H}{\Delta} \right) + 1} \right]$ $m \left(\frac{H}{\Delta} \right) = 2,24 \log \left(\frac{H}{\Delta} \right) - 0,21 \log \left(\frac{H}{\Delta} \right)^2 + 2,2$	1968
Формула Лимериноса	$C = \sqrt{g} \left[5,66 \log \left(\frac{H}{\Delta} \right) + 0,99 \right]$	1970

Результаты расчетов рассматриваемого коэффициента C в зависимости от величины гидравлического радиуса иллюстрирует рис. 1. Как следует из рисунка, при характерных значениях коэффициента гидравлической шероховатости $n = 0,025$, все рассматриваемые соотношения вырождаются при $h \sim 1$ м в соотношение $C \sim 1/n$ и дают одинаковый результат $C = 40 \text{ м}^{1/2}/\text{с}$. Данная особенность рассматриваемых расчетных зависимостей отмечалась Л. Тепакс [19]. При этом максимальные различия между крайними оценками значений коэффициента Шези при характерной гидравлической шероховатости $n = 0,025$ и в диапазоне глубин $0,1 \leq H \leq 10,0$ м составляют:

$$\delta_c = \frac{2(C_{\max} - C_{\min})}{(C_{\max} + C_{\min})} = 28 \% . \quad (21)$$

В то же время в диапазоне характерных глубин $0,5 \div 3,0$ м расхождение между этими значениями составляет около 5 %, что сопоставимо с погрешностью инструментальных измерений гидрологических характеристик.

Различия расчетных значений C , полученных по разным расчетным схемам, и в зависимости от величины относительной глубины водотока $Z = H/\Delta$ представлены на рис. 2. Из анализа рисунка следует, что различия между крайними значениями оценок данного коэффициента в диапазоне относительных глубин $10 < Z < 1000$, составляет $\delta_c \sim 12$ %.

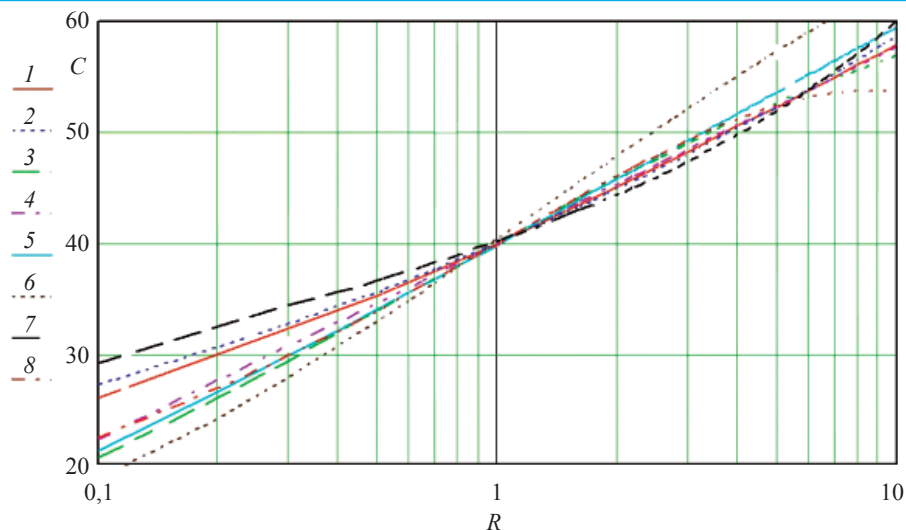


Рис. 1. Изменение коэффициента Шези в зависимости от величины гидравлического радиуса R :
1 – формула Железнякова; 2 – Маннинга; 3 – Гангилье–Куттера;
4 – Бахметьева–Агроскина; 5 – Альтшуля–Лудова; 6 – Базена; 7 – Маннинга (поздний);
8 – Павловского.

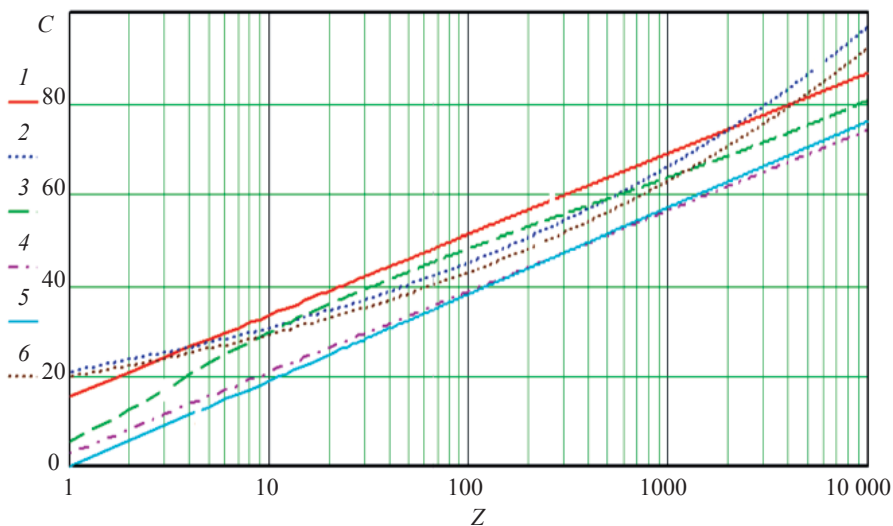


Рис. 2. Сравнительный анализ изменения коэффициентов Шези в зависимости от величины относительной шероховатости $Z = H/\Delta$:
1 – формула Зегжда–Гришанина; 2 – Маннинга–Штриклера; 3 – Толмаза;
4 – Лимериноса; 5 – Альбертсона; 6 – при использовании соотношения (13)
для степенного распределения на вертикали местных скоростей потока.

Особенности параметризации суммарного гидравлического сопротивления

Оцениваемые по соотношениям (14, 15) коэффициенты Шези локальны по своему определению. В то же время русло естественного водотока реки, как правило, весьма неоднородно даже на относительно небольших расчетных участках. В связи с этим возникает задача интегральной оценки коэффициента гидравлической шероховатости n и гидравлического сопротивления на основе материалов натурных наблюдений для всего расчетного участка. В строгой постановке оцениваемые на основе решения обратной задачи значения параметра n относятся только к тем расходам и к тому гидравлическому режиму, для которого они получены. Поэтому возникает задача экстраполяции и интерполяции полученных значений n и коэффициентов гидравлического сопротивления, полученных для рассматриваемого участка водотока, на весь диапазон изменения гидравлических показателей. Особенно актуальна данная задача при оценке уровней затопления поймы при прохождении максимальных расходов воды.

При доминирующей роли зернистого сопротивления решение задачи экстраполяции коэффициента n не представляет большой проблемы. Задача сводится к эффективной оценке характерных размеров частиц донных отложений. Ситуация значительно более сложна в случае грядового сопротивления.

В нашей стране А.М. Великанов [20] и Г.Н. Петров [21] одни из первых обратили внимание на существенные особенности грядового сопротивления в реках и каналах. Оно зависит не только от гидравлического радиуса и характерного размера частиц в составе русловых отложений, но и гидравлического уклона i . Первые оценки грядового сопротивления потока, полученные в работах [9, 12], $C_{гр} \sim p_C \cdot R^{1/6} \cdot i^{-1/6}$, где p_C – эмпирический коэффициент: $p_C = 10,77$ по [9]; $p_C = 9,33$ по [12].

Анализ экспериментальных и натурных данных позволил получить для режима подвижных частиц донных отложений соотношение [22]:

$$\frac{C}{\sqrt{g}} \approx 5,62 \left(\frac{1}{\psi} \right)^{0,32},$$

где ψ – коэффициент устойчивости, ρ и ρ_s – плотность воды и частиц, соответственно:

$$\psi \sim \frac{g(\rho_s - \rho)d}{\rho V_*^2} = g \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \left(\frac{d}{H \cdot i} \right). \quad (22)$$

Исследование грядового сопротивления в работах [12, 23] показало, что средняя скорость течения в водотоке с подвижным дном определяется как:

$$V = C_{\Sigma} (R \cdot i)^{1/2},$$

где $C_{\Sigma} = C_a R^{x-0,5} i^{y-0,5}$.

Значения коэффициентов в этом соотношении (C_a, x, y) зависят от крупности донных отложений Δ . При характерном диаметре $\Delta \leq 4 \cdot 10^{-4}$ м $x \rightarrow 2/3$, $y \rightarrow 1/3$, (совпадает с оценкой параметра по модели Lacey). Если $\Delta \geq 10^{-2}$, то $x \rightarrow 2/3$, $y \sim 1/2$, т. е. совпадает с параметром в структуре формулы Маннинга (1889 г.) для оценки коэффициента Шези.

Анализ формирования гидравлической шероховатости в аллювиальных руслах [24], в котором в качестве определяющего параметра рассматривался коэффициент подвижности частиц [1] $\eta = \frac{1}{\xi} = \left(\frac{V_*}{\omega} \right)$, где V_* – динамическая скорость потока, ξ – коэффициент устойчивости русла, ω – гидравлическая крупность частиц донных отложений, показал, что она может быть задана как

$$n(\eta) = 0,037 d^{0,126} (1,2 + 8,92 P(\eta))^{0,465}, \quad (23)$$

$$P(\eta) = -0,04 + 0,294 \cdot \eta + 0,00316 \cdot \eta^2 + 0,00272 \cdot \eta^4 - 0,0319 \cdot \eta^3.$$

В соответствии с моделью Chen [25] гидравлическая крупность, от которой зависит величина коэффициента подвижности частиц, имеет вид:

$$\omega(d) = \frac{v \left(2,5 + 1,2 \left(\left(d^3 \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \frac{g}{v^2} \right)^{3/2} \right)^{1/2} - 5 \right)^{3/2}}{d}.$$

Однако при $d > 10^{-3}$ м она практически совпадает с простейшей оценкой гидравлической крупности частиц

$$\omega(d) = \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)^{1/2} (gd)^{1/2}.$$

Поэтому величина коэффициента подвижности частиц в формуле (23):

$$\eta \approx 0,78 \left(\frac{H \cdot i}{d} \right)^{1/2}, \quad (24)$$

т. к. плотность частиц $\rho_s \sim 2,65 \cdot 10^3$ кг/м³, а плотность воды $\rho \sim 10^3$ кг/м³.

Из уравнения (24) следует, что при стабильном русле, т. е. при $\eta \sim 0$, данное соотношение дает оценки C , близко соответствующие условиям зернистой шероховатости. При $\eta \geq 0$ нетрудно построить зависимость $n(\eta)$ с учетом соотношений (23, 24) (рис. 3), которая имеет ярко выраженный экстремум при $\eta \sim 2$, соответствующий условиям максимального развития грядовых структур.

На основе соотношений (23, 24) можно оценить вклад грядового и зернистого сопротивления в изменение средней скорости потока в зависимости от определяющего параметра η . При этом удобно использовать отношение $K(\eta) = V_{гр}(\eta)/V_{зерн}$ (рис. 4), представляющее собой отношение средней скорости потока при наличии грядового и зернистого сопротивления к скорости потока при наличии только зернистого сопротивления.

В работе С.Н. Li и J.M. Liu [12] при оценке суммарного гидравлического сопротивления рекомендуются следующие соотношения:

$$N = d^{1/6}/A_n, \quad (25)$$

где $A_n = 20(V/V_c)^{-3/2}$ при $1 < V/V_c < 2,3$ и $A_n = 3,9(V/V_c)$ при $V/V_c > 2,3$; V_c – размывающая скорость.

К сожалению, непосредственное использование соотношения (25) затруднено. Ввиду того, что расчетное соотношение, используемое для оценки гидравлической шероховатости, уже само включает искомую величину средней скорости потока. S.S.Y. Wang и W. Wu [26] предприняли попытку построения зависимости (25) в явном виде. Для оценки A_n в качестве определяющих параметров использовалось число Фруда $Fr = V/\sqrt{gH}$ и отношение фактического τ_b ($\tau_b = \rho \cdot v_*$) и критического касательного напряжения τ_c . При этом была предложена следующая зависимость [26]:

$$\frac{A_n}{g^{1/2} Fr^{1/3}} = \frac{8(1 + 0,0235(\tau_b/\tau_c)^{1,25})}{(\tau_b/\tau_c)^{1/3}}. \quad (26)$$

Данная зависимость в координатах $\frac{A_n}{g^{1/2} Fr^{1/3}}$ и $\zeta = \frac{\tau_b}{\tau_c} \sim \left(\frac{V_*}{V_c}\right)^2$ представлена на рис. 5. Поскольку $\eta \sim \zeta^{0,5}$, нетрудно видеть, что рис. 3 и 4 достаточно хорошо согласуются с рис. 5. Роль грядового сопротивления максимальна при $\zeta \sim 8 \div 10$.

Вопросы оценки критических скоростей течений V_c достаточно детально рассмотрены в работах [1, 26–28].

Как следует из соотношений (23 и 24), при фиксированных постоянных значениях относительной глубины водотока $Z = H/\Delta \sim \text{const}$, един-

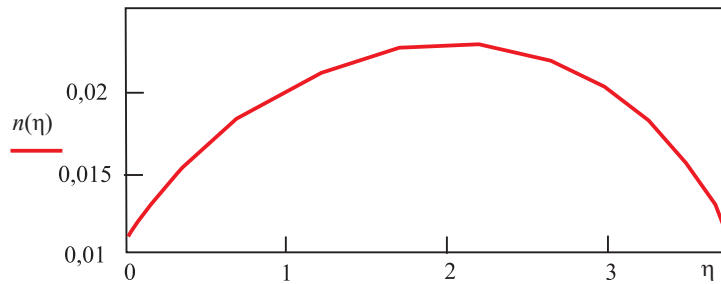


Рис. 3. Зависимость коэффициента гидравлической шероховатости $n(\eta)$ от коэффициента подвижности донных отложений η .

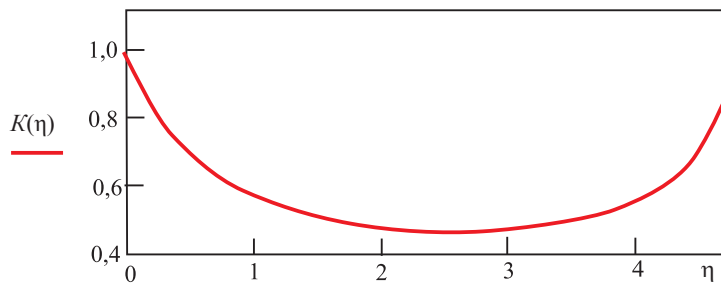


Рис. 4. Влияние подвижности русловых отложений $\eta \approx 0,78 \left(\frac{H \cdot i}{d} \right)^{1/2}$ на соотношение средней скорости течения при грядовом и зернистом сопротивлении к скорости течения только при зернистой шероховатости $K(\eta)$.

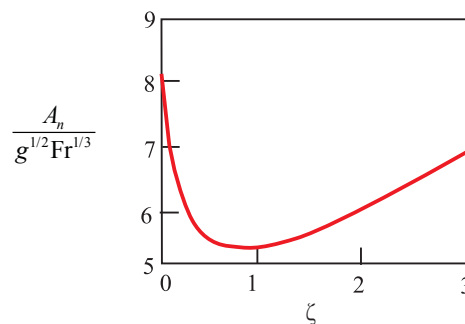


Рис. 5. Зависимость отношения динамической к критической скорости потока от параметра ζ .

ственным определяющим параметром для оценки коэффициента Шези становится гидравлический уклон. На данное обстоятельство обращали внимание многие исследователи гидравлического сопротивления в русловых потоках, например [5, 20, 21]. В то же время при $d \sim \text{const}$ и $i \sim \text{const}$ коэффициенты гидравлического сопротивления русла с подвижными донными отложениями определяются лишь глубиной потока H . При этом, как следует из уравнений (23, 26), из представленной на рис. 5 зависимости, для оценки $n(\eta)$ в условиях грядового сопротивления должна существовать значительно более гибкая система зависимостей $n(H)$, а, соответственно, и для $V(H)$ по сравнению с условиями стабильного русла. На данные особенности грядового сопротивления обращалось внимание в работах [3, 4, 8, 20, 21, 29–31]. При этом структура функций $n(H)$, $C(H)$, следовательно, и их величины, неизбежно должны отражаться на особенностях динамики русловых потоков, структуре связи динамических и морфометрических параметров.

Использование гидроморфометрических зависимостей для оценки структуры коэффициентов гидравлического сопротивления в русловых потоках

Так как в русловых потоках существует закономерная связь между структурой и характером гидравлического сопротивления, морфометрическими и гидравлическими параметрами водотока, то непосредственный интерес представляет анализ гидроморфометрических зависимостей $n(H)$, $C(H)$. Для анализа характера этих зависимостей удобно использовать соотношения степенного типа $A(B) = P_{AB} B^{\alpha_{AB}}$, полученные, исходя из условий неполной автомодельности их параметров [8, 32].

$$\text{При этом } \alpha_{AB} = \frac{\alpha_{AC}}{\alpha_{BC}}, \quad A(C) = P_{AC} \cdot B^{\alpha_{AC}}, \quad B(C) = P_{BC} \cdot C^{\alpha_{BC}}.$$

Для русловых потоков имеем [32]:

$$\alpha_{CH} = \alpha_{VH} - 1/2 = \frac{\alpha_{VQ}}{\alpha_{HQ}} - 1/2, \quad \alpha_{HQ} = \frac{1}{1 + \alpha_{VH} + \alpha_{BH}}, \quad \alpha_{VQ} = \frac{\alpha_{VH}}{1 + \alpha_{VH} + \alpha_{BH}},$$

$$\alpha_{VH} = \frac{\alpha_{VQ}(1 + \alpha_{BH})}{(1 - \alpha_{VQ})}. \quad (27)$$

Для случая зернистого сопротивления, как показано выше, $\alpha_{CH} \sim 1/6$. Соответственно, в этом случае $\alpha_{VH} \sim 2/3$. Для русел естественных водотоков параметр α_{VH} изменяется в большом диапазоне значений.

Оценим значения параметров α_{VQ} , α_{HQ} , α_{BQ} , α_{BH} при доминировании зернистого сопротивления. В простейшем случае для прямоугольного русла $\alpha_{BH} \sim 0$, в то же время при треугольной форме русла $\alpha_{BH} \rightarrow 1$. Для циркулярной формы русла $\alpha_{BH} \rightarrow 5$ при $B \gg H$ и $\alpha_{BH} \rightarrow 0$, если $B \rightarrow H$. Подставляя эти значения коэффициента α_{BH} в систему уравнений (27), получаем максимальные и минимальные значения коэффициентов α_{VQ} , α_{HQ} .

При этом $\max \alpha_{HQ} \approx 0,6$ при $\alpha_{BH} \approx 0$; $\max \alpha_{VQ} = 0,4$ при $\alpha_{BH} = 0$ и $\alpha_{CH} = 1/6$, $\min \alpha_{HQ} \approx 0,375$ при $\alpha_{BH} \approx 1$; $\min \alpha_{VQ} = 0,25$ при $\alpha_{BH} = 1$ и $\alpha_{CH} = 1/6$.

На основе анализа материалов за период регулярных гидрометрических наблюдений по рекам Камского бассейна, опубликованных в Гидрологических ежегодниках, нами определены параметры гидроморфометрических зависимостей (табл. 2), включая $\alpha_{CH} = \alpha_{VH} - 1/2$. Для обеспечения надежности их статистической оценки использовались, как правило, более 300 измерений по каждому водотоку. При этом необходимо было учитывать само исходное уравнение (1), предложенное Шези, корректное при выполнении неравенств

$$\frac{1}{g \cdot F(x)} \left| \frac{\partial Q}{\partial t} \right| \ll i; \quad \frac{1}{g \cdot F^2(x)} \left| \frac{\partial Q^2}{\partial x} \right| \ll i, \quad (28)$$

где Q – расход водотока; F – площадь поперечного сечения потока.

Для большинства равнинных рек неравенства (28) выполняются. Исключение составляет период прохождения интенсивных паводков.

Результаты расчетов по некоторым рассмотренным водотокам представлены в табл. 2. На основе этих оценок можно косвенно выявить структуру коэффициентов Шези.

Из сопоставления фактических значений гидроморфометрических параметров (см. табл. 2), соответствующих совместному влиянию зернистой и грядовой шероховатостей, и значений для случая доминирования зернистого сопротивления следует, что они существенно отличаются между собой. Данные различия максимальны для р. Кама – п. Тюлькино. Между некоторыми параметрами существует устойчивая зависимость $\alpha_{VQ}/\alpha_{HQ} = f(\alpha_{CH})$, следующая из соотношения (27) (рис. 6). Анализ материалов, представленных в табл. 2 и на рис. 6, показал, что значения параметра α_{CH} могут быть значительно больше, чем это следует из оценок, полученных только при учете зернистого сопротивления.

Таким образом, из обработки материалов натуральных наблюдений на реках Камского бассейна следует, что грядовые процессы играют существенную, доминирующую роль в формировании как гидравли-

Таблица 2. Параметры гидроморфометрических зависимостей для русел рек Камского бассейна Пермского края

Река – створ	Параметры						
	α_{VQ}	α_{HQ}	α_{BQ}	α_{VH}	α_{BH}	α_{CH}	α_{VQ}/α_{HQ}
р. Бабка – д. Балалы	0,46	0,24	0,30	1,42	0,4	0,92	1,92
р. Барда – д. Петилова	0,42	0,53	0,05	0,84	0,09	0,34	0,79
р. Вишера – с. Митраково	0,42	0,46	0,035	0,8	0,08	0,3	0,91
р. Иньва – с. Кудымкар	0,46	0,45	0,09	0,86	0,11	0,36	1,02
р. Кама – с. Волосницкое	0,28	0,48	0,24	0,39	0,27	-0,11	0,58
р. Кама – пгт Гайны	0,53	0,46	0,10	1,48	0,11	0,98	1,15
р. Кама – п. Тюлькино	0,79	0,11	0,10	6,9	0,53	6,4	7,18
р. Кама – г. Сарапул	0,65	0,30	0,05	1,93	–	1,43	2,17
р. Колва – д. Петрецово	0,56	0,35	0,09	1,87	0,26	1,37	1,60
р. Колва – г. Чердынь	0,51	0,32	0,17	1,2	0,35	0,7	1,59
р. Обва – с. Карагай	0,46	0,40	0,24	1,33	0,59	0,83	1,15
р. Сылва – с. Подкаменное	0,44	0,43	0,13	0,98	0,37	0,48	1,02
р. Усьва – пгт Усьва	0,49	0,35	0,09	1,3	0,12	0,8	1,40
р. Яйва – с. Кряж	0,61	0,25	0,14	1,85	0,42	1,35	2,44

ческого сопротивления водотоков, так и их гидроморфометрических характеристик. Данный эффект необходимо учитывать в практической водохозяйственной деятельности, прежде всего при оценке зон затопления как при прохождении экстремальных паводков, так и волн прорыва при разрушении ГТС.

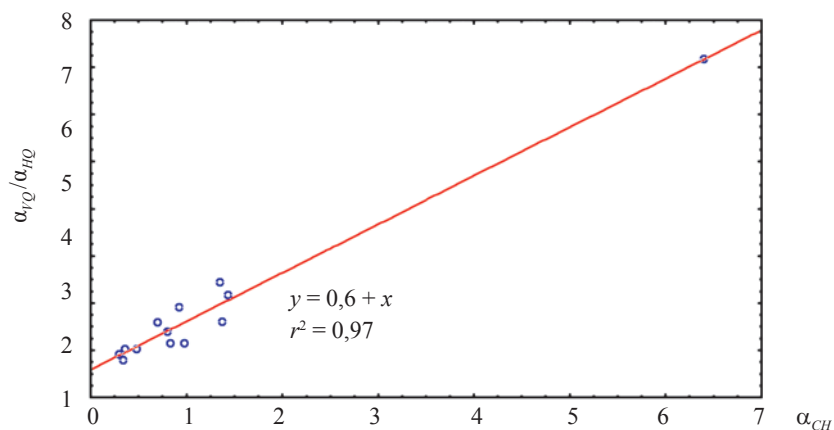


Рис. 6. Зависимость отношения гидроморфометрических показателей α_{VQ}/α_{HQ} от показателя α_{CH} , определяющего структуру гидравлического сопротивления руслового потока с подвижными донными отложениями.

Заключение

В русловых водотоках эффективное суммарное гидравлическое сопротивление определяется сочетанием зернистой и грядовой шероховатости. Большинство традиционных методов оценки коэффициента Шези, ориентированных только на учет зернистого сопротивления, дают очень близкие оценки этого коэффициента при характерных глубинах водотока $H \sim 1$ м. Их различия сопоставимы с погрешностью гидрометрических измерений. Методы оценки коэффициента Шези, учитывающие режим грядового сопротивления, позволяют получить более объективные оценки данного параметра. Для этого в качестве определяющих параметров необходимо вводить дополнительные показатели – устойчивость частиц, слагающих донные отложения, и величину гидравлического уклона водотока.

На реках Камского бассейна доминирующую роль, как правило, играет грядовая шероховатость. Величина и структура формирования гидравлического сопротивления, а, соответственно, и коэффициента Шези, существенно влияет не только на скоростной режим водных потоков, но и на морфологические особенности их русел.

Благодарности

Авторы выражают признательность профессору Н.И. Алексеевскому за конструктивное и благожелательное обсуждение рассматриваемых в статье вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гришанин К.В. Гидравлическое сопротивление естественных русловых потоков. СПб. 1992. 181 с.
2. Айвазян О.М. Основы гидравлики равномерных течений. М.: Изд-во НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. 152 с.
3. Карасев И.Ф. Гидравлические сопротивления и системная морфометрия самоформирующихся русел рек и каналов // Изв. Российского госуд. пед. ун-та им. А.И. Герцена. 2007. № 7 (26): Естественные и точные науки (физика, математика, химия, современная техника и технология, естествознание). С. 153–164.
4. Косиченко Ю.М. Влияние эксплуатационных факторов на пропускную способность земляных русел каналов // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации. № 3 (03). 2011. С. 55–68.
5. Вольнов А.М. Пропускная способность саморегулирующихся речных русел // Природоустройство. № 5. 2011. С. 66–70.
6. Азим К. Бисвас. Человек и вода. Л.: Гидрометеониздат, 1975. 288 с.
7. Du Buat P.L. G. Principes d'hydraulique. Paris. V. 2. 1786.
8. Bogardi J. Sediment transport in alluvial streams. Budapest. 1974.
9. Lacey G. Sediment transport and the regime concept. College of Engineering Utah State University, Logan, Utah, 1964.

10. *Альтицуль А.Д.* Примеры расчетов по гидравлике. М.: «Стройиздат», 1977. 255 с.
11. *Albertson M.L., Simons D.B., Richardson E.V.* Discussion: «Mechanics of sediment-ripple formation» by Hsiu-Kuan Liu. ASCE Hydraulics Division HY 1. V. 84. 1958.
12. *Li C.H., Liu J.M.* Resistance of alluvial rivers. Nanjing Hydraulic Research Institute. China (in Chinese). 1963.
13. *Hanif Chaud M.* Open Channel Flow. Second Edition Spriger. 2008. 520 p.
14. *Weiming Wu.* Computational River Dynamics. Taylor&Francis. 2007. 494 p.
15. *Прандтль Л.* Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 576 с.
16. *Баренблатт Г.И.* Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
17. *Gioia G., Bombardelli F.A.* Scaling and Similarity in Rough Channel Flows // Physical review letters. № 1. 2002.
18. *Железняков Г.В.* Гидравлическое обоснование методов речной гидрометрии. М.; Л.: АН СССР, 1950. 164 с.
19. *Лео Тенакс.* Равномерное турбулентное движение в трубах и каналах. Таллинн: «Валгус», 1975.
20. *Великанов М.А.* Проблема формирования речного русла // Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз. Т. XI. Вып. 4. 1947. С. 301–310.
21. *Петров Г.Н.* Коэффициент шероховатости для малых равнинных рек // ДАН СССР. Том LXIV. № 1. 1949. С. 33–36.
22. *Jensen P, Lebreton J.C.* Quelques resultants experimentaux concern ant les caracteristiques des dunes et leur representation sur les modeles a fonds. Billetun de la Direction des EdudesetRecherches // Serie A. Nucleaire, Hydraulique, Thermique. No. 4. 1969. P. 15–34.
23. *Wang S.S.Y. and Hu K.K.* Improved methodology for formulating finite-element hydrodynamic models. Finite Element in Fluids. edited by T.J. Chung. V. 8. Hemisphere. Publication Cooperation. 1993. P. 457–478.
24. *Karim F.* Bed configuration and hydraulic resistance in alluvial channel flows // J.HydraulicEng. ASCE. 121(1). 1995. P. 15–25.
25. *Chen Y.H. and Cotton G.K.* Design of Roadside Channels with Flexible Linings // Hydraulic Engineering Circular. No. 15. Publication No. FHWA-IP-87-7. US Department of Transportation. Federal Highway Administration. McLean. VA. 1988.
26. *Wang S.S.Y. and Wu W.* Computational simulation of river sedimentation and morphology // A review of the state of the art. Int. J. Sediment Res. 20(1). 2005. P. 7–29.
27. *Кнороз В.С.* О деформациях дна и о влиянии их на гидравлический режим потоков // Труды III Всесоюзн. гидролог. съезда. Л. Т. 5. 1960. С. 166–176.
28. *Sheilds A.* Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung. Mitteilungen d. Preuss. Versuchanstalt f. Wasserbau u. Schiffbau. Berlin. 1936. H. 26.
29. *Барышников Н.Б.* Динамика русловых потоков. СПб: РГГМУ, 2007. 314 с.
30. *Барышников Н.Б., Пагин А.О.* Гидравлическое сопротивление речных русел // Журнал ун-та водных коммуникаций. № 2. 2009. С. 90–93.
31. *Талмаза В.Ф., Крошкин А.Н.* Гидроморфометрические характеристики рек горно-предгорной зоны. Фрунзе. 1968. 210 с.
32. *Лепихин А.П.* Особенности гидравлико-морфометрических зависимостей для естественных русловых потоков // Водное хозяйство России. № 3. 2008. С. 12–25.

Сведения об авторах:

Лепихин Анатолий Павлович, д. г. н., профессор, заведующий лабораторией, Горный институт Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78; директор, Камский филиал ФГУП РосНИИВХ, 614007, г. Пермь, ул. Народовольческая 33; e-mail: lerihin49@mail.ru

Богомоллов Андрей Владимирович, аспирант, Горный институт Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78; инженер, Камский филиал ФГУП РосНИИВХ, 614007, г. Пермь, ул. Народовольческая 33; whitewing85@mail.ru

Дальков Михаил Петрович, д. т. н., профессор, ведущий научный сотрудник, отдел координации НИР, ФГУП «Российский научно-исследовательский институт комплексного использования и охраны водных ресурсов», Россия, 620049, г. Екатеринбург, ул. Мира, 23