

УДК 519.6, 551.501

ЧИСЛЕННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПОЛЕЙ И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ*

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 11-01-00641- а, 12-01-00727-а, 12-05-00169-а).

© 2012 г. **В.А. Огородников, Н.А. Каргаполова, К.В. Басова, А.А. Ильина, О.В. Сересева**

Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск

Ключевые слова: статистическое моделирование, нестационарные метеорологические процессы, экстремальные метеорологические явления.

Работа посвящена построению численных стохастических моделей реальных метеорологических процессов и полей и исследованию на основе этих моделей различных характеристик экстремальных метеорологических событий.

Методы численного статистического моделирования в настоящее время достаточно хорошо развиты и активно используются в различных областях науки и техники. Для учета негауссовости реальных процессов используются различные модификации метода нелинейных преобразований гауссовских процессов и полей (например, широко известный метод обратных функций распределения [1–3]), метод нормализации реальных процессов [4], различные специальные преобразования гауссовских процессов и полей и др. Необходимые для реализации этих методов алгоритмы моделирования гауссовских процессов и полей дискретного аргумента основаны на различных типах линейных преобразований независимых гауссовских величин [5, 6]. Если процесс является стационарным, то теплицев либо блочно-теплицев характер соответствующих ковариационных матриц позволяет строить процессы с использованием алгоритмов Дурбина–Левинсона [7, 8], что дает возможность существенно увеличивать размерность решаемых задач. Использование этих матриц в случае стационарных процессов и однородных полей, позволяет легко

применять модели авторегрессии [7, 8]. В ряде случаев векторные модели авторегрессии и скользящего среднего можно использовать также для моделирования нестационарных периодически коррелированных процессов [9–11]. Марковские процессы также широко применяются для построения моделей реальных процессов и в простейших случаях позволяют получать явные математические выражения для исследуемых характеристик [8, 12].

Проверка адекватности модели реальным данным по существу представляет собой сравнение некоторых вероятностных характеристик реальной последовательности с аналогичными характеристиками модельных рядов. Для этой цели важно выбирать такие характеристики, которые не используются непосредственно при построении численной вероятностной модели.

В данной работе рассматриваются новые подходы к построению стохастических моделей нестационарных метеорологических процессов на основе реальных данных, а также некоторые вопросы по использованию этих моделей для исследования статистических характеристик, связанных с опасными метеорологическими явлениями. Приводятся некоторые результаты расчетов по верификации моделей.

Стохастические модели метеорологических рядов с учетом суточного и сезонного хода

В данном разделе рассматриваются численные стохастические модели некоторых нестационарных временных рядов метеоэлементов и их комплексов, построенные на основе четырехсрочных данных наблюдений на метеостанции «Свердловск» за период с 1938 по 1984 гг. и восьмисрочных данных на метеостанции «Астрахань» за период с 1966 по 2000 гг. Модели строятся с учетом суточного хода параметров распределения. Для моделирования реализаций используются алгоритмы моделирования периодически коррелированных процессов, основанных на моделировании векторных процессов авторегрессии [9, 10]. Для аппроксимации эмпирических распределений температуры воздуха в данном случае используется нормальное распределение, а для относительной влажности – бета-распределение с параметрами, периодически зависящими от времени суток. По модельным реализациям исследуются различные статистические характеристики неблагоприятных метеорологических явлений, в частности, вероятности перепадов $P(|\xi_{t+\Delta t} - \xi_t| \geq c)$

приземной температуры воздуха ξ_t в течение заданного интервала времени Δt , где $c(^{\circ}\text{C})$ – величина перепада, вероятности возникновения некоторых неблагоприятных сочетаний различных метеоэлементов, например, приземной температуры воздуха, относительной влажности и т. д. Здесь следует иметь в виду, что оценки этих вероятностей по реальным данным при достаточно больших перепадах либо при значениях совместных рядов, существенно отличающихся от средних, являются крайне ненадежными. В этих случаях целесообразно использовать модельную информацию в качестве дополнительной [10].

Одним из приложений модели периодически коррелированных процессов является задача по оценке вероятностей весенне-летних заморозков. Поскольку заморозки в средней полосе России в подавляющем большинстве случаев в переходный период между маем и июнем происходят ночью, т. е. зависят от времени суток, то для решения этой задачи мы использовали модель периодически коррелированного случайного процесса. Были использованы четырехсрочные данные о приземной температуре воздуха на метеостанции «Свердловск» для интервала времени с 16 мая по 4 июня. Временные ряды температуры ξ_t строились с шагом $\Delta t=6$ час. Для учета сезонной зависимости среднее значение температуры рассматривалось как функция времени t , которая оценивалась по данным наблюдений на рассматриваемом интервале с помощью скользящего среднего. В качестве исследуемых характеристик были рассмотрены вероятности $P(t; c, L)$ того, что, по крайней мере, L смежных значений ряда ξ_t окажется ниже уровня c . По графикам этих вероятностей (рис. 1а) видно, что при $L=1$ для уровней $c=6^{\circ}\text{C}$, близких к среднему значению температуры воздуха, модель достаточно точно описывает реальный процесс. Приведенные на рис. 1б графики соответствуют вероятностям заморозков, зафиксированных, по крайней мере, в один момент времени. В этом случае $c=0^{\circ}\text{C}$, $L=1$. Следует отметить, что оценки рассматриваемых вероятностей по реальным данным имеют достаточно большую относительную погрешность, в ряде случаев превосходящую допустимую. Например, как видно из рис. 1б, по данным наблюдений ее значения могут быть равны нулю, хотя вероятность заморозков в это время года не является нулевой. Как отмечалось, модельные вероятности могут использоваться в качестве дополнительной информации.

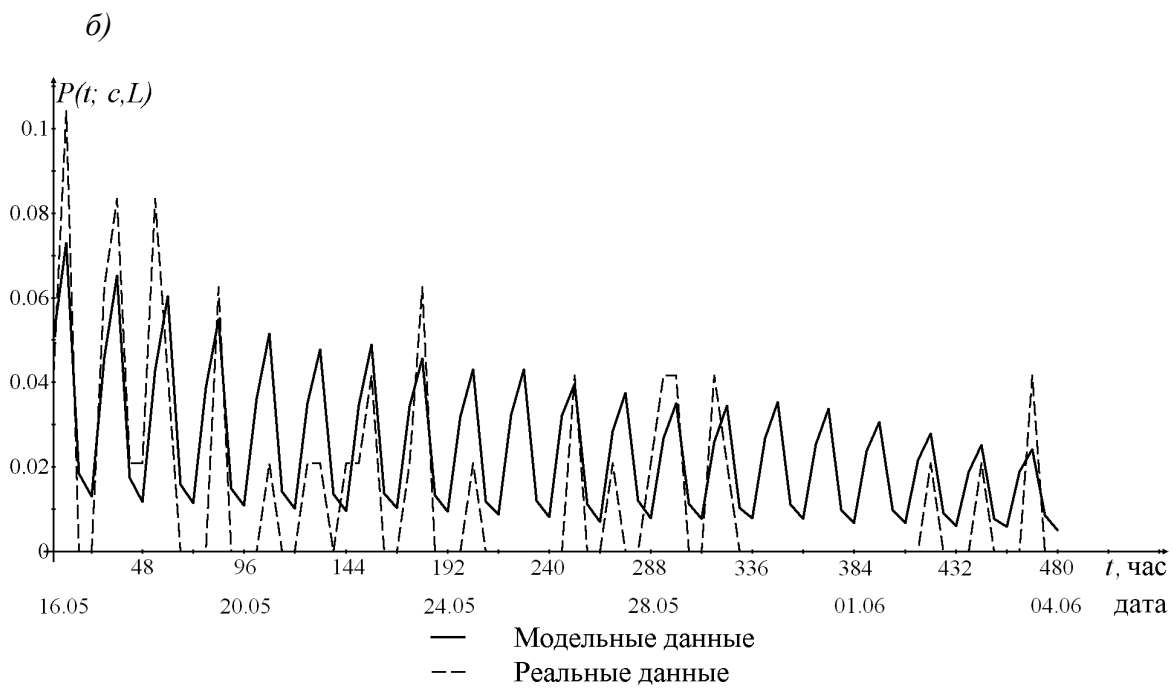
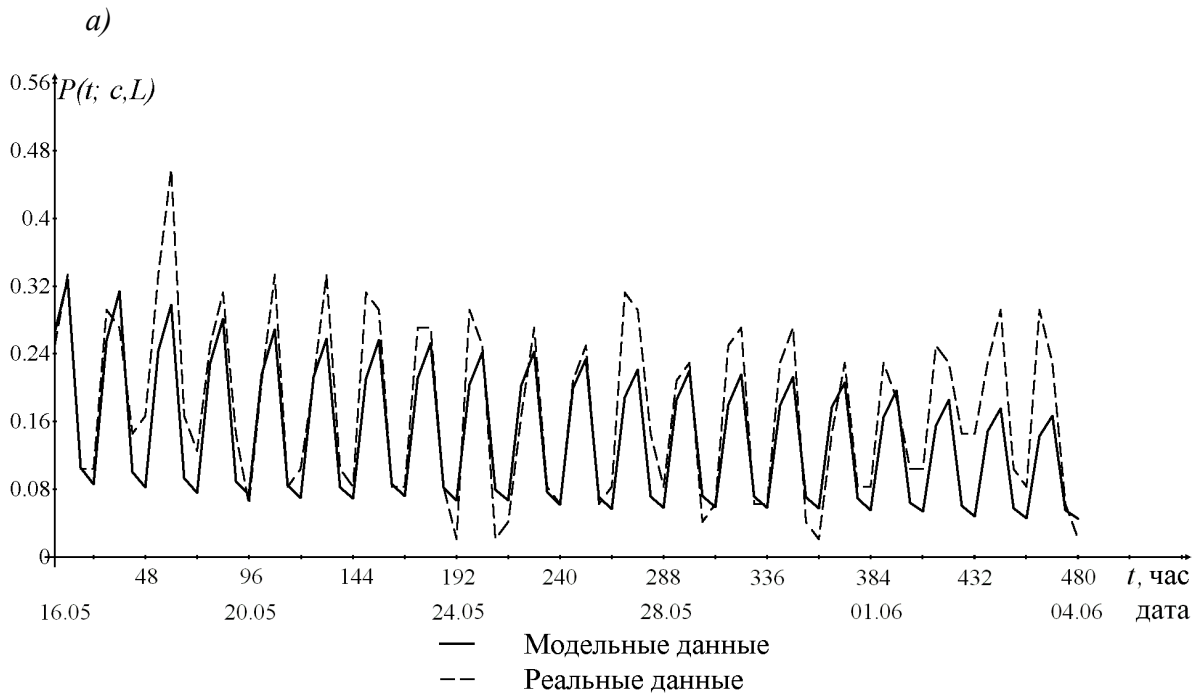


Рис. 1. Вероятность $P(t; c, L)$ по метеостанции «Свердловск»:

a) $c=6\text{ }^{\circ}\text{C}, L=1$; б) $c=0\text{ }^{\circ}\text{C}, L=1$ (заморозки).

Далее рассматривается еще одна модель совместных временных рядов, учитывающая суточный и сезонный ход параметров распределений. Для построения модели используются данные на метеостанции «Астрахань». В качестве входных параметров берутся оценки распределений вероятностей элементов последовательностей как функций от времени с трехчасовым шагом, а также их совместная корреляционная матрица. Периодические свойства и сезонная нестационарность реального процесса наиболее четко проявляется в изменениях во времени средних значений, дисперсий и корреляций температуры воздуха. Сходное поведение наблюдается и для характеристик модуля скорости ветра.

Из-за ограниченности объема данных все оценки содержат существенные погрешности, поэтому для их подавления используются специальные векторные процедуры сглаживания.

Для аппроксимации реальных распределений температуры на данной метеостанции для каждого срока t использовались смеси двух нормальных распределений, а для модуля скорости ветра – смеси двух гамма-распределений. Для оценки параметров этих распределений использовалась известная методика, предложенная в [13, 14]. Моделирование реализаций совместных рядов температуры и модуля скорости ветра проводилось с использованием метода обратных функций распределения и спектрального разложения заданной корреляционной матрицы [8].

Для верификации модели по реальным и модельным данным были проведены расчеты по оценке характеристик выбросов, а также вероятностей различных событий, связанных с совместным поведением временных рядов температуры воздуха и модуля скорости ветра. На рис. 2 приведены осредненные по всему рассматриваемому периоду оценки вероятности $P(\xi_t < a, \dots, \xi_{t+L} < a; \eta_t < b, \dots, \eta_{t+L} < b) = P(a, b, L)$ для уровней $a=0$ °C, $b=2$ м/с, а также границы стандартного отклонения оценки этих характеристик по фиксированному объему выборки, включающей 35 сорокадневных рядов наблюдений в период с 20 января по 28 февраля. Здесь ξ_t – температура, а η_t – модуль скорости ветра.

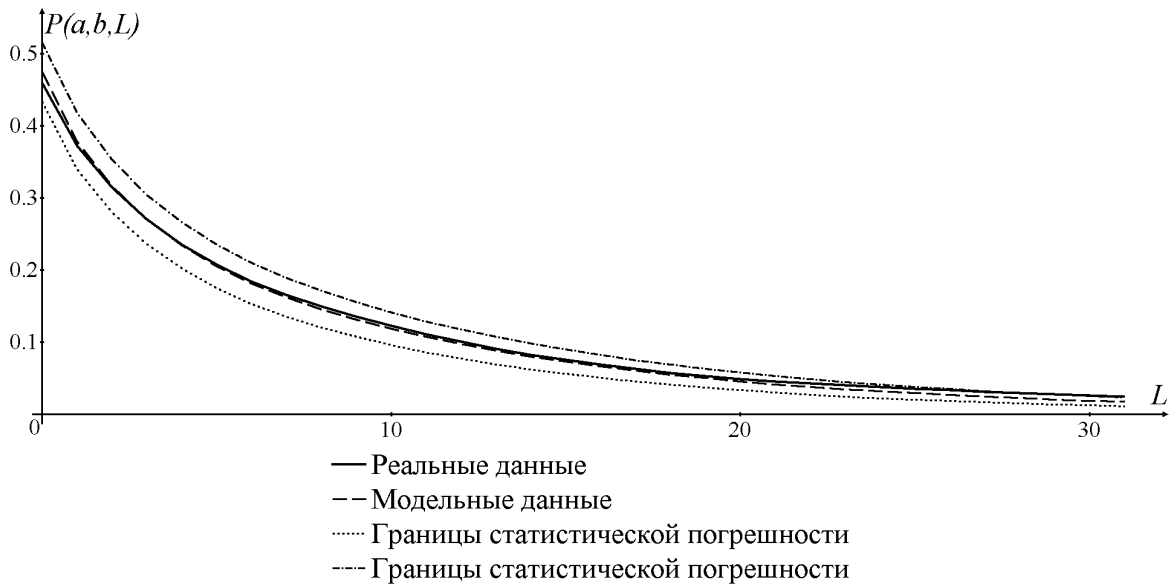


Рис. 2. Вероятность $P(a, b, L)$, метеостанция «Астрахань».

В границы статистической погрешности чаще всего попадают оценки для уровней, взятых вблизи средних значений рассматриваемых величин, и для произвольных уровней, но при сравнительно небольших значениях L .

Стохастические модели индикаторных процессов

При решении практических задач часто бывает достаточно знать не конкретные значения процесса, а лишь факт осуществления некоторого события, например, наличия либо отсутствия осадков, превышения значениями метеорологического процесса некоторого заданного уровня и т. д.

Один из известных методов моделирования индикаторных последовательностей ω_t с заданными вероятностями $p_0=P(\omega_t=0)$ и $p_1=P(\omega_t=1)$ и корреляционной функцией β_h основан на специальном пороговом преобразовании гауссовской последовательности ξ_t с нулевым средним и единичной дисперсией и специально подобранной корреляционной функцией [8]. Для моделирования индикаторных процессов также часто используют марковский подход, причем в зависимости от требований задачи строят модели различной степени связности. В качестве характеристик для верификации моделей рассматривается распределение длительности серий из одинаковых состояний $P(L_i=k)$, $i=0,1$; $k=1, 2, \dots$ для случаев, когда длительности

сравнительно невелики. Соответствующие модельные значения этих вероятностей для длинных серий можно использовать в качестве характеристик опасных явлений. В работе [8] приведены конкретные выражения для этих распределений для случаев различной степени связности однородной марковской цепи. В качестве примера на рис. 3 приведены графики распределений для временных рядов суточных сумм осадков, вычисленные с помощью марковской трехсвязной модели, основанной на пороговом преобразовании гауссовского ряда, и по реальным данным для октября для равнинной части Новосибирской области за период 1969–1984 гг.

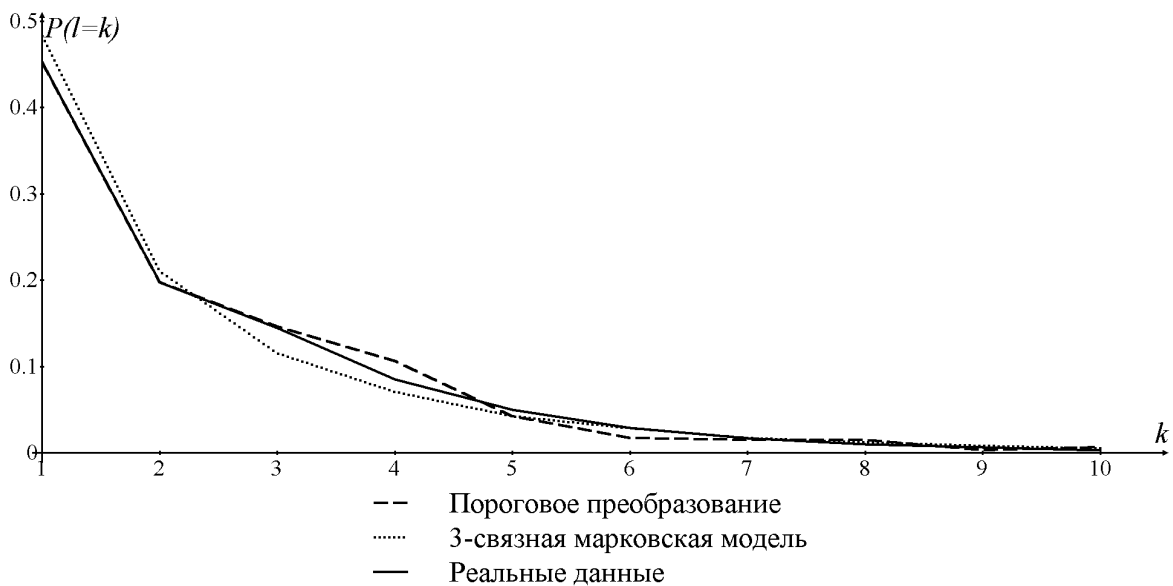


Рис. 3. Вероятности $P(L_1=k)$ для равнинной части Новосибирской области.

В случаях, когда ряды испытывают суточный ход, целесообразно использовать модели с периодическими свойствами. В модели на пороговом преобразовании в этом случае параметр $p_1 = p_1(t)$ и корреляционная функция $\beta_h = \beta_h(t)$ рассматриваются как периодические функции от времени t . Марковские модели в этих случаях рассматриваются как неоднородные с периодическими матрицами переходных вероятностей [12]. В работе [12] показано, что распределение такой цепи, ее корреляционная функция и другие характеристики, например, распределения длительности серий постоянных значений процесса, являются осциллирующими по времени функциями. Приведены также точные формулы для этих характеристик и результаты моделирования индикаторов выхода температуры воздуха за заданный

уровень по данным трехсрочных наблюдений о приземной температуре воздуха на станции «Астрахань».

Численная стохастическая модель однородных пространственных полей суточных сумм жидких осадков

Для построения численной стохастической модели пространственных полей суточных сумм жидких осадков на регулярной сетке были использованы данные пятнадцатилетних наблюдений за осадками на 47 станциях западной части Новосибирской области. Специфика полей суточных сумм осадков состоит в том, что области с отсутствием осадков перемежаются с областями, в которых осадки присутствуют. По данным наблюдений минимальная величина суточных сумм осадков, фиксируемая на станциях, равна 0,1 мм. При построении модели использовалось приближение однородного поля, то есть его одномерная функция распределения $F(x)$ не зависит от пространственных координат, а корреляционная функция зависит от приращений аргументов. Такое приближение для рассматриваемой области оправдано тем, что географические условия в ней достаточно однородны и многие эмпирические характеристики поля сравнительно слабо зависят от координат станций [15]. Для построения случайного поля суточных сумм жидких осадков используется метод обратных функций распределения [2, 3]. Рассматривается приближение, в соответствии с которым отсутствие осадков отождествляется с нулевым их количеством. В этом случае одномерная функция распределения $F(x)$ задается как некоторая функция непрерывного аргумента в интервале $[0; \infty)$, а в интервале $[0; 0,1)$ она удовлетворяет условию $F(0, 1) - F(0) = q$, где q – не зависящая от пространственных координат вероятность отсутствия осадков. При построения поля осадков, модельные значения непрерывной случайной величины из интервала $[0; 0,1)$ с функцией распределения $F(x)$ заменяются нулями. Для аппроксимации эмпирической функции распределения $F^*(x)$ непрерывной функцией $F(x)$ используются кубические сплайны и распределение Вейбулла для аппроксимации правого «хвоста» [16]. Для аппроксимации корреляционной функции гауссовского поля, пересчитанной из фактической по методу обратных функций распределения, была использована функция

$$g(x, y) = \exp(-[ax^2 + bxy + cy^2]^0),$$

где параметры a, b, c и θ выбирались из условия минимума среднего квадрата разности между фактической и аппроксимирующей корреляционными функциями. На рис. 4 приведен пример одной из реализаций поля суточных сумм жидких осадков, построенной с использованием модели.

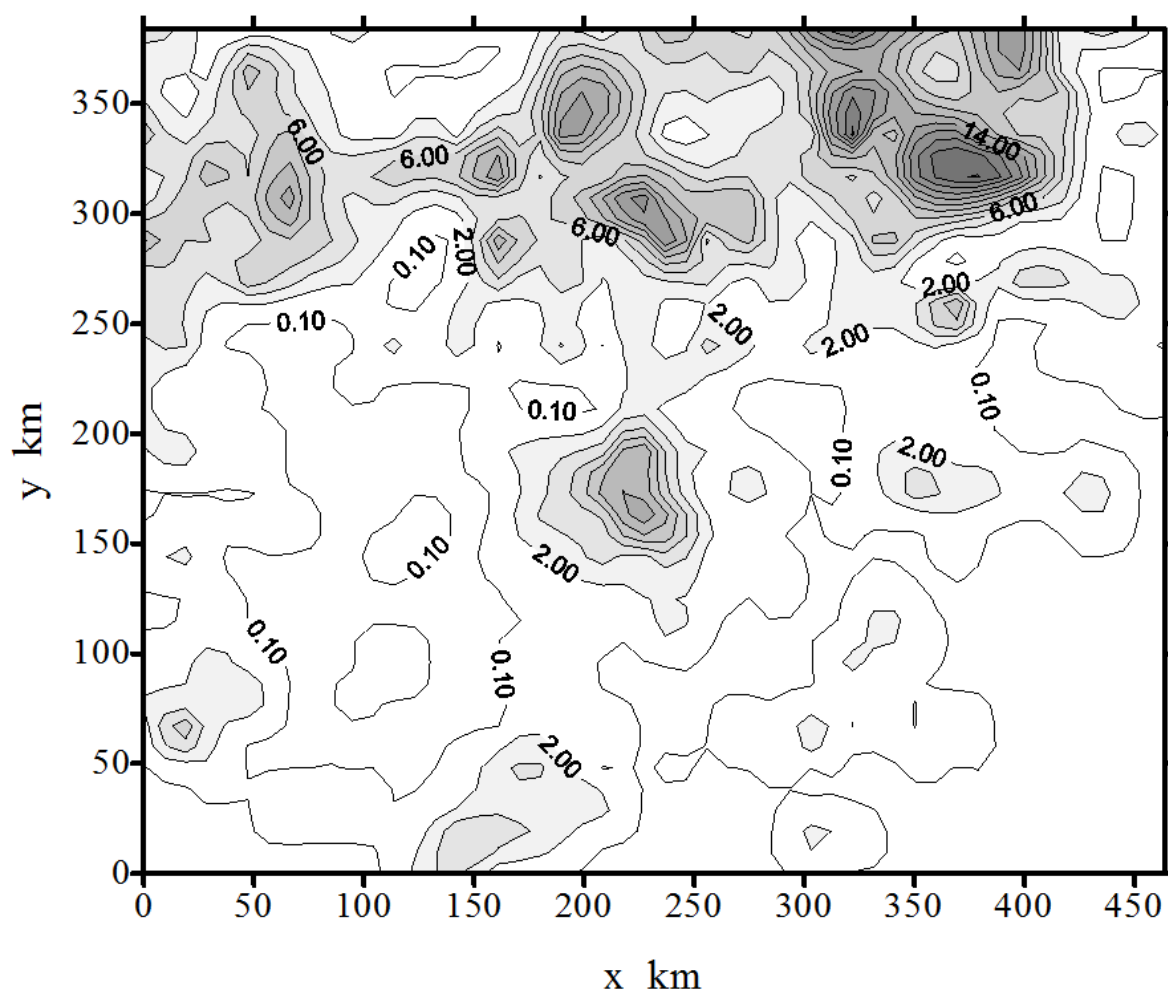


Рис. 4. Реализация модельного поля суточных сумм жидких осадков.

Для верификации модели было использовано сравнение корреляционной функции модельного и реального индикаторных полей суточных сумм жидких осадков (эта функция не являлась входной при построении модели). Расчеты показали, что относительная средняя квадратичная погрешность составила 12 %. Различие в значениях корреляционных функций отражает систематическую погрешность, складывающуюся из погрешности аппроксимации корреляционной функции и

используемых приближений. Для некоторых прикладных задач такая точность оказывается приемлемой, а для более точного описания поля возможна разработка новых моделей. Данная модель позволяет рассчитывать различные характеристики полей сумм осадков, например, распределение суммарного количества осадков, выпавших за сутки на заданной территории и др.

В заключение отметим, что требования к численным стохастическим моделям, главным образом, определяются теми прикладными задачами, в которых эти модели используются. Например, для задач, связанных с оценкой запасов влаги на заданной территории, необходимы пространственно-временные модели полей сумм осадков, а в ряде случаев и модели совместных пространственно-временных полей различных метеоэлементов. Главная трудность при решении этих задач состоит в ограниченном объеме реальной информации для детального описания статистической структуры этих процессов и полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 328 с.
2. *Пиранашвили З.А.* Некоторые вопросы статистико-вероятностного моделирования случайных процессов // Вопросы исследования операций. Тбилиси. 1966. С. 53–91.
3. *Пригарин С.М.* Методы численного моделирования случайных процессов и полей. ИВМиМГ СО РАН. Новосибирск. 2005. 258 с.
4. *Сванидзе Г.Г.* Математическое моделирование гидрологических рядов. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 296 с.
5. *Михайлов Г.А., Войтишек А.В.* Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Издательский центр «Академия», 2006. 367 с.
6. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 312 с.
7. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 540 с.
8. *Ogorodnikov V.A. and Prigarin S.M.* Numerical Modelling of Random Processes and Fields: Algorithms and Applications. VSP. Utrecht. The Netherlands. 1996. 240 p.
9. *Боков В.Н., Лопатухин Л.И., Микулинская С.М., Рожков В.А., Румянцева С.А.* О межгодовой изменчивости волнения // Сборник «Проблемы исследования и

математического моделирования ветрового волнения». СПб: Гидрометеиздат, 1995. С. 446–454.

10. *Derenok K.V., Ogorodnikov V.A.* Numerical simulation of significant long-term decreases in air temperature // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2008. V. 23. № 3. P. 223–238.
11. *Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н.* Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. Л.: Гидрометеиздат, 1987. 320 с.
12. *Огородников В.А., Савельев Л.Я., Каргаполова Н.А.* Некоторые свойства неоднородных марковских последовательностей с периодическими матрицами переходных вероятностей // Сборник трудов Междунар. конференции «Кубатурные формулы, Методы Монте-Карло и их приложения». Красноярск. СФУ. 2011. С. 86–90.
13. *Марченко А.С., Минакова Л.А.* Вероятностная модель временных рядов температуры воздуха // *Метеорология и гидрология*. 1980. № 9. С. 39–47.
14. *Семочкин А.Г.* Эффективный способ оценивания параметров смеси двух дупараметрических распределений // *Метеорология и гидрология*. 1984. № 3. С. 108–110.
15. *Дробышев А.Д., Марченко А.С., Огородников В.А., Чижиков В.Д.* Статистическая структура временных рядов суточных сумм жидких осадков в равнинной части Новосибирской области // *Труды ЗапСибНИИ Госкомгидромета*. 1989. Вып. 86. С. 44–66.
16. *Марченко А.С.* Аппроксимация эмпирического распределения вероятностей суточных сумм жидких осадков // *Труды ЗапСибНИИ Госкомгидромета*. 1989. Вып. 86. С. 66–74.

Сведения об авторах:

Огородников Василий Александрович, д. ф.-м. н., старший научный сотрудник, главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (ИВМиМГ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр. акад. Лаврентьева, 6; e-mail ova@osmf.ssc.ru

Каргаполова Нина Александровна, аспирант, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и

математической геофизики СО РАН (ИВМиМГ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр. акад. Лаврентьева, 6; e-mail: nkargapolova@gmail.com

Басова Ксения Валерьевна, аспирант, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (ИВМиМГ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр. акад. Лаврентьева, 6; e-mail: ksbasova@gmail.com

Ильина Александра Алексеевна, аспирант, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (ИВМиМГ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр. акад. Лаврентьева, 6; e-mail: Aleksailya@yandex.ru

Сересева Ольга Владимировна, младший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (ИВМиМГ СО РАН), 630090, г. Новосибирск, пр. акад. Лаврентьева, 6; e-mail: seresseva@mail.ru