

УДК 532.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАТОПЛЕНИЯ ПОЙМЕННЫХ ТЕРРИТОРИЙ ДЛЯ УЧАСТКОВ КРУПНЫХ РЕК СО СЛОЖНОЙ МОРФОМЕТРИЕЙ РУСЛА И ПОЙМЫ*

© 2013 г. А.Т. Зиновьев, К.Б. Кошелев

Институт водных и экологических проблем Сибирского отделения Российской академии наук, г. Барнаул

Ключевые слова: плановая (2DH) модель, затопление, пойма, половодье, паводок, компьютерное моделирование.



А.Т. Зиновьев



К.Б. Кошелев

Для прогнозирования затоплений пойменных территорий на протяженных участках крупных рек в результате весенне-летних половодий и дождевых паводков рассмотрена нестационарная плановая (2DH) модель течения. Предложена численная реализация математической 2DH-модели, направленная на расчеты реальных течений для случаев сложной морфометрии русла и поймы. Построена компьютерная модель течения, соответствующая условиям экспериментов CADAM, и выполнены тестовые расчеты. Разработанная численная плановая модель применена для расчетов затопления поймы р. Обь у г. Барнаула в условиях различной водности.

Введение

При решении практически важных задач по оценке последствий опасных гидрологических явлений, таких как затопление пойменных территорий в результате половодий и паводков, достоверные результаты можно получить, в основном, с привлечением достаточно сложных математических моделей

*Работа выполнена в рамках проекта ФНИ VII.76.1.1, при частичной финансовой поддержке партнерского проекта фундаментальных научных исследований СО РАН № 74 и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 42.

течений. В настоящее время для расчета течений в пространственной области, включающей водотоки длиной десятки и сотни километров, наиболее развитой из практически реализуемых моделей является плановая (2DH) модель [1]. Примеры ее реализации содержатся в [2–5]. Следует отметить, что наряду с оригинальными научными разработками [2–4] существует большое количество коммерческих программных продуктов на основе плановых моделей, которые описывают уровни водной поверхности, поля скоростей и качество воды в водоемах и водотоках, транспорт наносов и т. д. (MIKE 21, Delft3D, SMS) [6–8]. Данные программные продукты, с одной стороны, имеют широкий диапазон возможностей для успешного решения различных научно-практических задач (к примеру, в [5] построена компьютерная гидродинамическая модель р. Вятки в 2DH-приближении). С другой стороны, их применение часто ограничено из-за высоких требований по детализации к пространственному и временному разрешению для моделируемых объектов и процессов или высоких требований к производительности вычислительного оборудования. Другие возможные ограничения обусловлены трудностями серьезной модификации программных продуктов с закрытыми исходными кодами при решении специфических научных задач.

Создание компьютерных моделей течений в водотоках сложной конфигурации часто требует больших объемов разнородной пространственно-распределенной эмпирической информации. Это, прежде всего, цифровая модель рельефа (ЦМР) русла и речной долины, сведения о коэффициентах шероховатости подстилающей поверхности. Также привлекается изменяющаяся в пространстве и времени гидрологическая и метеорологическая информация. Для обработки больших объемов натурных и расчетных данных в ИВЭП СО РАН создана информационно-моделирующая система (ИМС) на основе 2DH-модели течения с использованием клиент-серверной системы управления базами данных (СУБД) [9]. В настоящей работе представлены новые результаты исследований по развитию численной нестационарной 2DH-модели для прогнозирования процесса заполнения-опорожнения речной поймы при половодьях и паводках на протяженных участках крупных рек со сложной морфометрией речной долины. Отметим, что использование 1DH-модели для расчета затопления таких территорий не вполне корректно из-за существенно неоднородного характера течений в русле и на пойме (к примеру, в случаях многорукавных русел и для пойм с протоками и старицами).

В качестве реального объекта для отработки численной модели выбран участок речной долины р. Оби в районе г. Барнаула ниже водпоста. Дадим краткую характеристику гидрологического режима и морфометрических характеристик речной долины для рассматриваемого участка реки. Максимальные расходы воды р. Оби у г. Барнаула формируются весенне-летними половодьями в апреле–июне. За более чем 100-летний период наблюдений на р. Оби у г. Барнаула случилось более десяти имевших катастрофический

характер наводнений. Максимальная величина расхода воды в реке у г. Барнаула зафиксирована в 1969 г. – 12600 м³/с. Наивысший за период наблюдений уровень воды в реке у г. Барнаула случился в половодье 1937 г., когда его отметка достигла 763 см над «0» графика водпоста. Поступление воды в гидрографическую сеть поймы начинается при уровнях воды на водпосту, близких к 450 см (132,40 м БС); устойчивое затопление поймы – при уровнях, превышающих 500 см (132,90 м БС); полное затопление – при уровнях 710 см. За последние 70 лет обская пойма на участке города в той или иной степени затоплялась 52 раза (80 % случаев). Глубина затопления поймы зависит от рельефа ее поверхности и водности текущего года. В целом ее величина колеблется в широком диапазоне, от 20 см до 2 м, но чаще всего не превышает 1 м. Продолжительность затопления поймы также меняется в широких пределах – от 4 дней до 80 суток, составляя в среднем 30–40 дней.

Долина Оби в районе г. Барнаула крайне асимметричная. Слева она ограничивается крутым эрозионным уступом. Ширина долины р. Оби в районе г. Барнаула составляет 8–10 км. Дно долины пойменное, практически повсеместно расчленено многочисленными протоками, старицами, осложнено озерами, заболоченными низинами, гривами и буграми. У правобережного склона по дну долины располагаются обширные пойменные заболоченные луговые пространства [10]. Для построения цифровых моделей рельефа и местности (ЦММ) речной долины со столь сложной морфометрией были привлечены данные из всех доступных источников – крупномасштабных топографических карт, речных лоций, собственных результатов геодезических изысканий и данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). Отметим, что построение ЦММ необходимо для учета неоднородности шероховатости подстилающей поверхности.

Постановка задачи

Для постановки задачи используют декартову систему координат с осями x , y , z , в которой ось z направлена вверх (рис. 1). В общем случае поверхность водосбора (включая русловые углубления) задается уравнением $z = \delta(t, x, y)$. Далее зависимостью функции δ от времени пренебрегают.

Рассмотрена нестационарная модель течения в русле и на пойме в рамках приближения мелкой воды (плановая задача). Отметим, что определяющие уравнения решаются в области, граница которой может меняться со временем, например, в результате изменения уровня воды в процессе половодья.

Модель течения представлена уравнениями (1)–(3), граничными и начальными условиями.

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0. \quad (1)$$



Рис. 1. Система координат и введенные обозначения.

Уравнения движения:

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial hu u}{\partial x} + \frac{\partial huv}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} hK \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} hK \frac{\partial u}{\partial y} - r |\vec{u}| u; \quad (2)$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial hv v}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} hK \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} hK \frac{\partial v}{\partial y} - r |\vec{u}| v, \quad (3)$$

$$\text{где } |\vec{u}| = \sqrt{u^2 + v^2}; \quad r = \frac{g}{C_{sh}^2}; \quad C_{sh} = \frac{h^{1/6}}{n}.$$

Здесь h – глубина;

u, v – скорости течения по координатам x y соответственно;

g – ускорение свободного падения;

$H = h + \delta$ – уровень свободной водной поверхности;

K – коэффициент (турбулентной) вязкости;

C_{sh} – коэффициент Шези по формуле Маннинга;

n – коэффициент шероховатости дна речной долины.

Задача решается на области Γ , внутренняя часть которой определена условием $h > 0$. На границах области Γ , совпадающих с урезом воды, используют условия прилипания $u = 0; v = 0$. На границах втекания жидкости в расчетную область задаются расходы воды. На участках границы, где жидкость вытекает из расчетной области, используют «мягкие» граничные условия $\frac{\partial u}{\partial n} = 0; \frac{\partial v}{\partial n} = 0; \frac{\partial h}{\partial n} = 0$, где n – нормаль к границе. Для медленных течений при больших размерах пространственной области допустимо принять $K = 0$. Тогда на границе втекания можно задать расход воды, а на границе вытекания – значение уровня свободной поверхности.

В начальный момент времени скорости течения и глубина воды определяют путем решения уравнений (1)–(3) в квазистационарном приближении.

При постановке задач для течений в реальных руслах, в т. ч. для паводков и паводков, возникает ряд объективных трудностей. Во-первых,

невозможно даже приблизительно оценить положение линии уреза воды, которая существенно изменяет свое положение при движении воды на пойме. К тому же в силу сложности морфометрии поймы фактически перемежаются затопленные и «сухие» ее участки. Формально область решения задачи является многосвязной.

Во-вторых, возникают определенные проблемы с заданием граничных условий, описывающих вытекание воды из расчетной области. Фактически на рассматриваемом участке реки известным является только расход воды в начальном створе (на границе втекания). Для расчетов течения на границе вытекания участок реального русла дополняется участком призматической формы, на выходе из которого ставится мягкое граничное условие для глубины воды. Формально этим расширяется область решения задачи для минимизации вычислительных погрешностей на реальной границе вытекания.

Метод решения

Для численного решения задачи предложен неявный конечно-разностный метод, построенный на основе метода расщепления по пространственным направлениям и физическим процессам. Введем переменные $m_u = h \cdot u$, $m_v = h \cdot v$. Величины h , m_u , m_v являются искомыми переменными решаемой задачи. Строим прямоугольную разнесенную (шахматную) сетку. Следует отметить, что использование такой сетки имеет свои преимущества в силу специфики задачи, обусловленной сложностью морфометрии и нестационарностью процесса затопления-опорожнения поймы, в результате чего геометрия расчетной области и характеристики течения являются труднопредсказуемыми для построения криволинейных сеток.

Алгоритм расчета переменных задачи на $(k+1)$ -м слое по времени при известных их значениях на k -м слое с шагом по времени $\tau = t^{k+1} - t^k$ поэтапно описывается следующим образом.

Этап 1. Рассчитываем явным образом производные по времени от искомым переменных, которые обозначим как ξ_h , ξ_u , ξ_v :

$$\xi_u^0 = \left(-\frac{\partial h u u}{\partial x} - \frac{\partial h u v}{\partial y} - g h \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} h K \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} h K \frac{\partial u}{\partial y} - r |\bar{u}| u \right)^k; \quad (4)$$

$$\xi_v^0 = \left(-\frac{\partial h u v}{\partial x} - \frac{\partial h v v}{\partial y} - g h \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} h K \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} h K \frac{\partial v}{\partial y} - r |\bar{v}| v \right)^k; \quad (5)$$

$$\xi_h^0 = \left(-\frac{\partial u h}{\partial x} - \frac{\partial v h}{\partial y} \right)^k. \quad (6)$$

Этап 2. После применения процедуры приближенной факторизации неявным способом уточняем значения ξ_u, ξ_v по направлению x :

$$\frac{\xi_u^1 - \xi_u^0}{\tau} = -\frac{\partial u^k \xi_u^1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} h^k K^k \frac{\partial (\xi_u^1 / h^k)}{\partial x}; \quad (7)$$

$$\frac{\xi_v^1 - \xi_v^0}{\tau} = -\frac{\partial v^k \xi_v^1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} h^k K^k \frac{\partial (\xi_v^1 / h^k)}{\partial x}. \quad (8)$$

Этап 3. Уточняем значения ξ_u, ξ_v по направлению y :

$$\frac{\xi_u^2 - \xi_u^1}{\tau} = -\frac{\partial v^k \xi_u^2}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} h^k K^k \frac{\partial (\xi_u^2 / h^k)}{\partial y}, \quad (9)$$

$$\frac{\xi_v^2 - \xi_v^1}{\tau} = -\frac{\partial v^k \xi_v^2}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} h^k K^k \frac{\partial (\xi_v^2 / h^k)}{\partial y}. \quad (10)$$

Этап 4. Источниковые члены зададим в неявной форме:

$$\frac{\xi_u^3 - \xi_u^2}{\tau} = -\frac{r^k |\vec{u}|^k \xi_u^3}{h^k}; \quad (11)$$

$$\frac{\xi_v^3 - \xi_v^2}{\tau} = -\frac{r^k |\vec{u}|^k \xi_v^3}{h^k}. \quad (12)$$

Этап 5. Решаем уравнение неразрывности.

Полагая

$$\frac{\xi_u^4 - \xi_u^3}{\tau} = -g \xi_h^4 \frac{\partial \delta}{\partial x} - g \frac{\partial (h^k \xi_h^4)}{\partial x} - \frac{\partial (u^2 \xi_h^4)}{\partial x}, \quad (13)$$

$$\frac{\xi_v^4 - \xi_v^3}{\tau} = -g \xi_h^4 \frac{\partial \delta}{\partial y} - g \frac{\partial (h^k \xi_h^4)}{\partial y} - \frac{\partial (v^2 \xi_h^4)}{\partial y} \quad (14)$$

и используя уравнение неразрывности в виде

$$\xi_h^4 + \left(\frac{\partial hu}{\partial x} \right)^k + \left(\frac{\partial hv}{\partial y} \right)^k + \tau \left(\frac{\partial \xi_u^4}{\partial x} + \frac{\partial \xi_v^4}{\partial y} \right) = 0,$$

получаем

$$\begin{aligned} \xi_h^4 - \tau^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{\partial \delta}{\partial x} \xi_h^4 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{\partial \delta}{\partial y} \xi_h^4 \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((gh^k + u^2) \xi_h^4 \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left((gh^k + v^2) \xi_h^4 \right) \right) + \\ + \left(\frac{\partial hu}{\partial x} \right)^k + \left(\frac{\partial hv}{\partial y} \right)^k + \tau \left(\frac{\partial \xi_u^3}{\partial x} + \frac{\partial \xi_v^3}{\partial y} \right) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

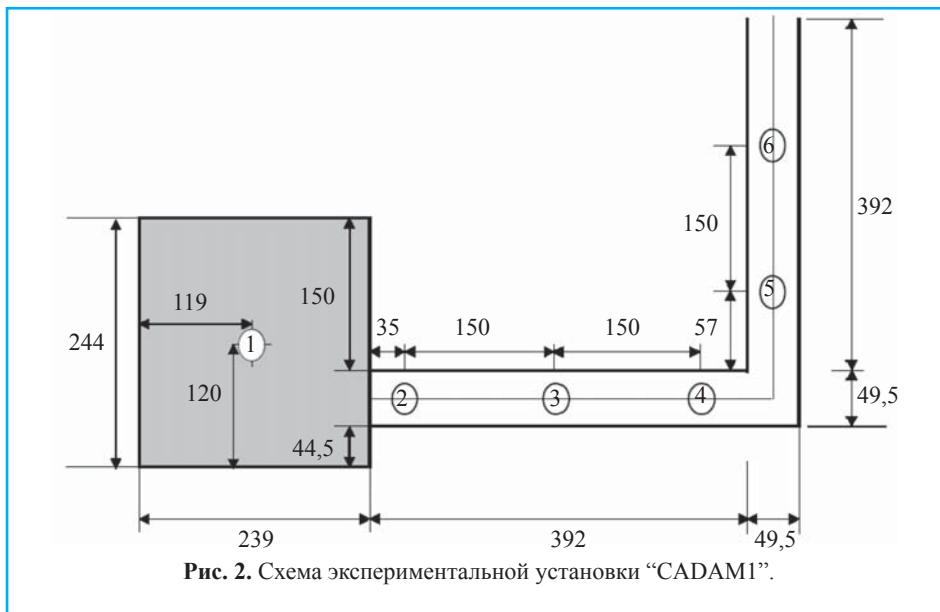
Уравнения (4)–(15) аппроксимируются путем замены дифференциальных операторов разностными. Для аппроксимации конвективных членов использованы разности против потока с 1-м или 2-м порядком точности. Разностные уравнения (7)–(10) решаем методом прогонки (трех- или пяти-точечной в зависимости от используемого порядка аппроксимации). Уравнение (15) можно решать тем или иным итерационным методом. В качестве такого метода был опробован блочный попеременно-треугольный метод. Однако сопоставительные расчеты показали, что в случае расщепления по пространственным переменным уравнение (15) более эффективно решается методом прогонки. Хотя итерационные методы позволяют использовать больший шаг по времени, но суммарные вычислительные затраты являются более значительными, чем при использовании метода неполной факторизации (не требуется 3–4 итераций на каждом шаге по времени).

При компьютерной реализации вышеописанного алгоритма решения задачи на этапах 2, 3, 5 применение метода прогонки как «естественного» способа нахождения решения задачи сочеталось с экономичным способом хранения сильно разреженных матриц. Для этого использовали комбинирование линейных массивов и списков данных, что позволило достичь определенного компромисса как по эффективности доступа, так и по объему фактически хранящихся данных. При наличии миллионов разностных ячеек неизбежно возникает ситуация, когда в нескольких точках значения глубины могут стать отрицательными. Для устранения таких нефизических явлений применяли эмпирическую процедуру, обеспечивающую строгое выполнение разностного аналога уравнения неразрывности. Для полноценного использования вычислительной мощности фактически имеющихся компьютеров использована технология разработки многопоточных программ. Применение этих технологических приемов при компьютерном решении задачи позволило до двух порядков повысить эффективность вычислительного процесса.

Тестовые расчеты

Тестирование разработанной компьютерной программы проводили путем сопоставления численных решений модельных задач с экспериментальными данными, полученными в лабораторных исследованиях по проекту [11]. Постановка модельных задач 1, 2 соответствовала следующим условиям экспериментов CADAM1 и CADAM2.

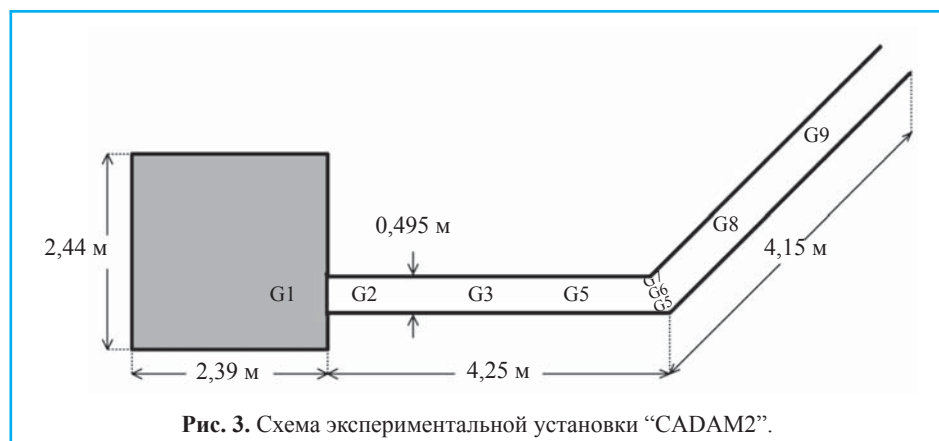
Задача 1. Рассмотрено распространение волны прорыва из бассейна по каналу с поворотом 90° . Схема установки приведена на рис. 2. В баке (на рисунке серый прямоугольник) в начальный момент времени находится вода с уровнем поверхности, превышающим уровень дна канала на 20 см. Канал в начальный момент либо сухой, либо покрыт водой глубиной 1 см.



В нулевой момент времени «мгновенно» удаляется перегородка, разделяющая бак и канал. Номерами от 1 до 6 выделены точки, в которых измеряли уровни поверхности воды.

Задача 2. Волна прорыва из бассейна распространяется по каналу с поворотом 45° . Схема установки приведена на рис. 3.

Тестовые расчеты показали хорошее совпадение рассчитанных и измеренных уровней воды в контрольных точках в момент прохождения волн прорыва, что иллюстрируют гидрографы, приведенные на рис. 4 и 5 для условий экспериментов CADAM1 и CADAM2 соответственно.



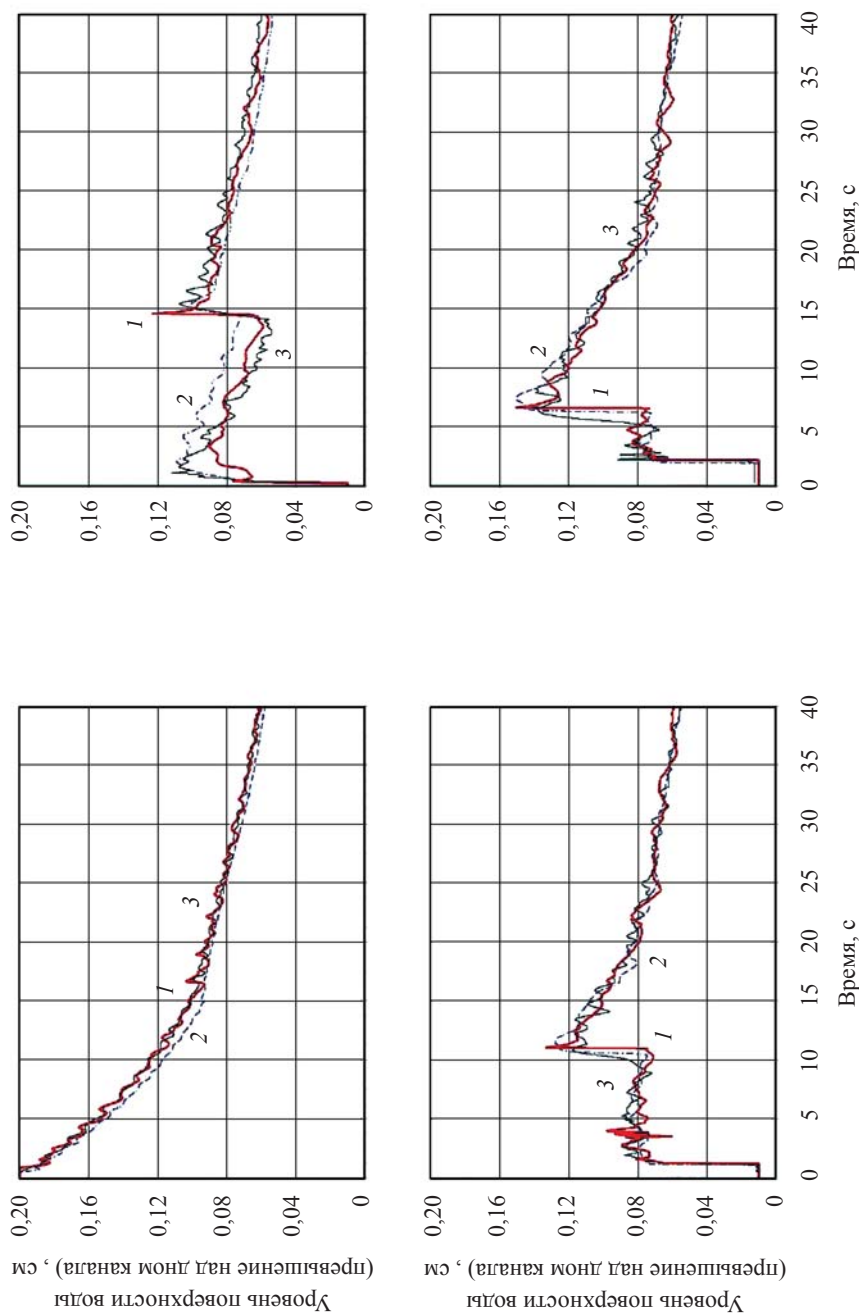
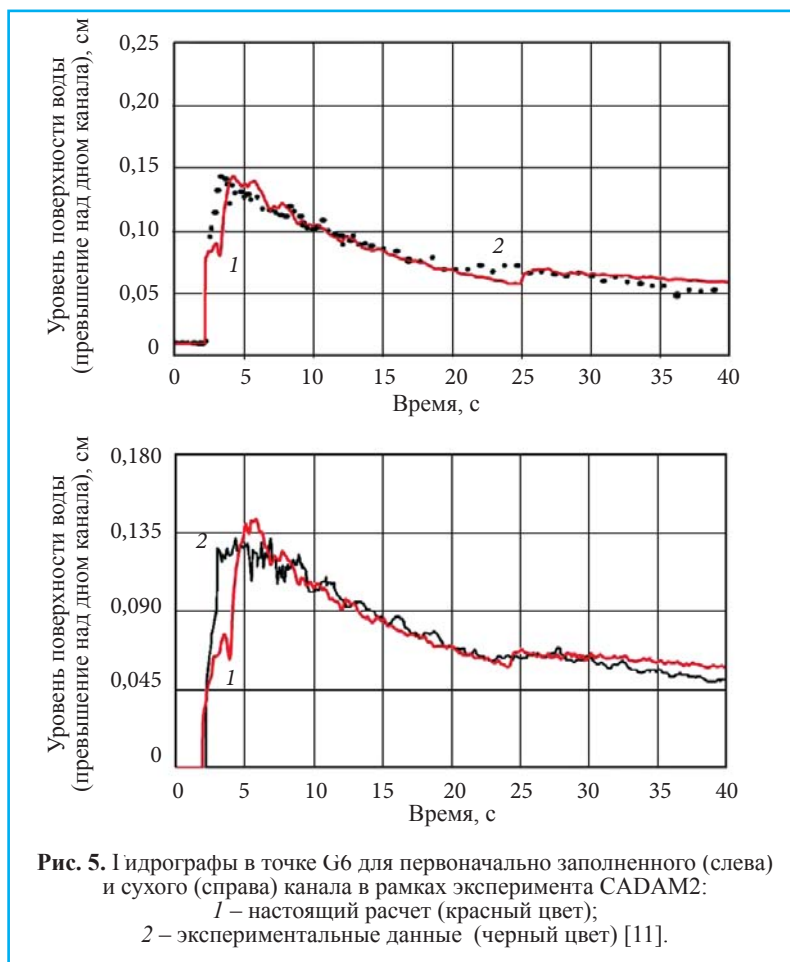


Рис. 4. Гидрографы для четырех контрольных точек эксперимента САДАМ1:
1 – настоящий расчет (красная линия); 2 – расчет (пунктирная линия) [12]; 3 – экспериментальные данные (сплошная линия) [11].



Результаты расчетов и их обсуждение

Рассмотрен процесс затопления и осушения поймы р. Оби в процессе половодья на участке речной долины у г. Барнаула в условиях различной водности. Расчеты проводили для многоводного 2010 г. и маловодного 2011 г. в пространственной области размером 20×50 км на регулярной сетке с размером ячейки 20×20 м. Для моделирования процесса половодья в течение одних суток на 12-ядерной рабочей станции требовалось от 3 до 9 ч физического времени в зависимости от фактического количества покрытых водой ячеек разностной сетки.

Для маловодного 2011 г. за начальный момент времени ($t = 0$) принято 15 апреля. Расход воды в русле при $t = 0$ составляет $900 \text{ м}^3/\text{с}$. Расчеты показали, что при данном расходе вода полностью находится в бровках русла

и площадь водной поверхности определяется из морфометрических характеристик русла при рассчитанных глубинах потока. Результаты расчетов для пика половодья 2011 г. для расхода 4600 м³/с представлены на рис. 6. В расчетах приняты следующие значения для коэффициента шероховатости подстилающей поверхности: 0,025 – для русла; 0,05 – для участков поймы под луговой растительностью; 0,1 – для участков поймы, покрытых лесом. Синим цветом отмечена залитая водой часть поймы. Численно установлено, что при постоянном коэффициенте шероховатости $n = 0,025$ для расхода 4600 м³/с вся речная пойма будет покрыта водой. Лишь при использовании данных о фактической структуре подстилающей поверхности, представленных на ЦММ, для задания коэффициентов шероховатости результаты моделирования (см. рис. 6) качественно близки к наблюдаемой картине затопления. Для уточнения ЦММ были привлечены данные дистанционного зондирования. Важно отметить, что результаты гидрологических исследований сотрудников ИВЭП СО РАН полей скоростей и рельефа русла на рассматриваемом участке р. Оби и данные [13] свидетельствуют о том, что гидравлическое сопротивление в основном формируется зернистой, а не грядовой шероховатостью. Это позволяет принимать коэффициенты шероховатости постоянными величинами для вышеуказанных участков речной долины.

На рис. 7 представлены результаты расчетов водной поверхности для 2010 г., в котором максимальный наблюдаемый расход превысил 6000 м³/с. Здесь синим цветом приведено положение водной поверхности в русле и на пойме при подъеме и спаде половодья для расхода 2700 м³/с. На рис. 7а показана область водной поверхности на 10-е сутки нарастания волны половодья, рис. 7б – на 34-е сутки при спаде половодья. В расчетах установлено, что положение уреза воды на пойме при одном и том же расходе на стадиях нарастания и спада половодья может существенно различаться. Эти результаты подчеркивают необходимость использования нестационарных гидродинамических моделей для оценки площадей затопления поймы при половодьях и паводках.

Использование построенной 2ДН-модели позволяет оценить значение расхода воды на пойме. Хотя глубины и скорости течения на пойме существенно меньше соответствующих значений в русле, расход воды на пойме может достигать 30 % общего расхода, поскольку ширина поймы существенно превышает ширину русла (в данном расчетном случае примерно в 10 раз). Причем для расхода воды по пойме наблюдается явление типа гистерезиса. На рис. 8 показана рассчитанная зависимость доли пойменного расхода (для первой волны половодья 2011 г.) от полного расхода р. Оби около г. Барнаула. Эти результаты важны для оценки приточности в равнинные водохранилища типа Новосибирского, для оценки приточности на различных стадиях половодий и паводков, при задании режимов попусков через плотины гидроузлов.

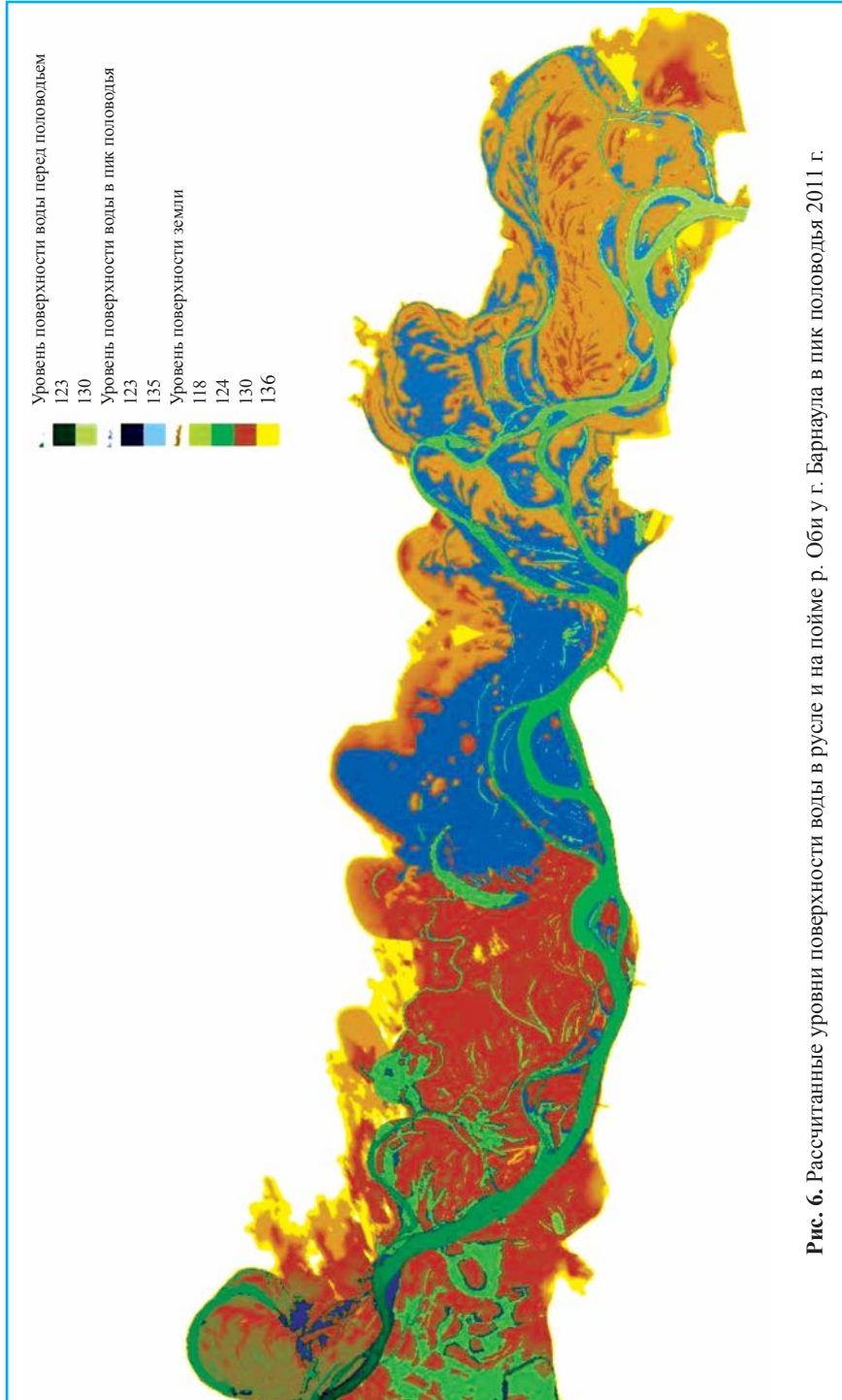
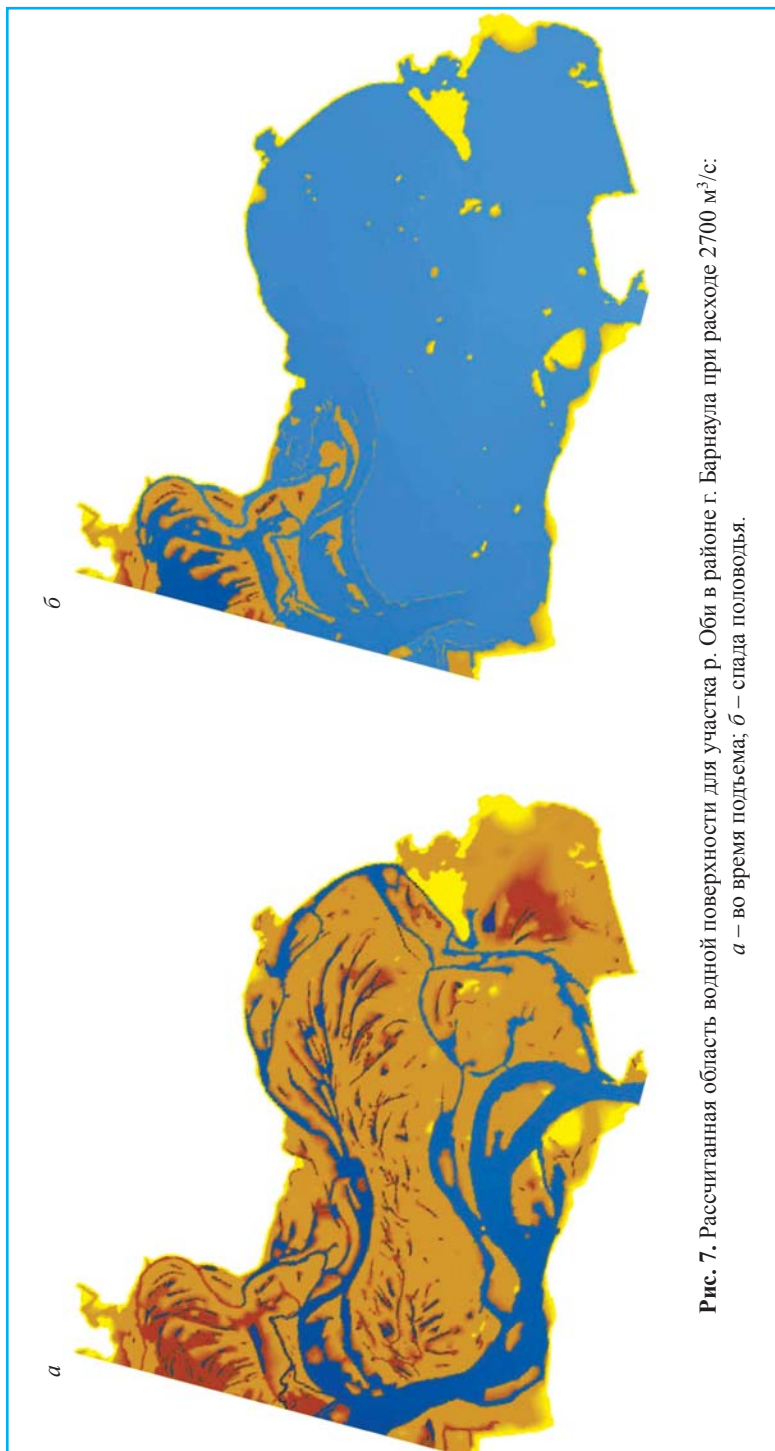
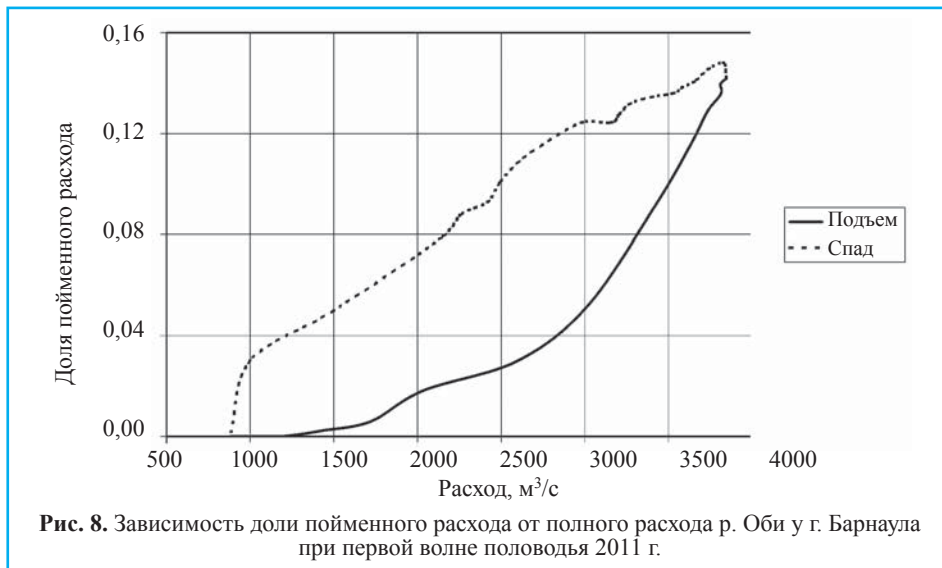


Рис. 6. Рассчитанные уровни поверхности воды в русле и на пойме р. Оби у г. Барнаула в пик половодья 2011 г.





Заключение

Таким образом, в результате выполненных исследований разработан новый вариант численной модели для описания нестационарных плановых течений на протяженных участках рек со сложной морфометрией речной долины. Созданная численная 2DH-модель позволяет выполнять на компьютерах относительно невысокой производительности расчеты половодий и паводков большой длительности с высоким пространственным разрешением при существенном изменении площади затопления поймы. Выполненные тестовые расчеты течений для лабораторных экспериментов CADAM показали хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. Разработанная численная 2DH-модель применена для изучения процесса половодья на участке р. Оби у г. Барнаула для условий различной водности. Получены новые данные о существенном влиянии шероховатости поймы на площадь ее затопления, о различии площадей затопления поймы при одинаковых расходах на подъеме и спаде половодья, о величине расходов воды на пойме. Эти результаты важны для разработки систем прогнозирования половодий и паводков для крупных рек Сибири и Дальнего Востока, а также для исследований по оценке приточности воды в Новосибирское водохранилище с учетом взаимодействия речного потока с поймой.

Работа выполнена в рамках проекта ФНИ VII.76.1.1 «Исследование процессов формирования стока и разработка информационно-моделирующих систем оперативного прогнозирования опасных гидрологических ситуаций для крупных речных систем Сибири» при частичной финансовой поддержке партнерского проекта фундаментальных научных исследований СО РАН № 74 «Разработка принципов и информационно-вычислительных технологий обработки и интер-

претации мультиспектральных спутниковых изображений высокого и сверхвысокого пространственного разрешений (для наук о Земле, экологии и природопользования) и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 42 «Природные и техногенные риски критически важных гидротехнических объектов, водохранилищ и водных систем Сибири».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кюнж Ж.А., Холли Ф.М., Вервей А. Численные методы в задачах речной гидравлики / пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1985. 256 с.
2. Прокофьев В.А. Численная плановая модель открытого потока при наличии на дне препятствий // Водные ресурсы. 2005. Т. 32. № 3. С. 282–294.
3. Беликов В.В., Семенов А.Ю. Построение численных методов распада разрыва для решения уравнений теории мелкой воды // Труды института общей физики. 1997. Т. 53. С. 5–43.
4. Храпов С.С., Хоперсков А.В., Кузьмин Н.М., Писарев А.В., Кобелев И.А. Численная схема для моделирования динамики поверхностных вод на основе комбинированного SPH–TVD подхода // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. С. 282–297.
5. Лепихин А.П., Любимова Т.П., Ляхин Ю.С., Тиунов А.А., Богомолов А.В., Перепелица Д.И., Паршакова Я.Н. Гидродинамическое моделирование реки Вятки в среднем течении: постановка задачи, результаты решения // Водное хозяйство России. 2013. № 3. С. 16–32.
6. Surface Water Modeling System. U.S. Army Corps of Engineer. Режим доступа: <http://chl.erdc.usace.army.mil/sms>.
7. MIKE 21C-2D river hydraulics and morphology. Режим доступа: <http://www.dhisoftware.com/Products/WaterResources/MIKE21C.aspx>.
8. Delft3D-FLOW Simulation of multi-dimensional hydrodynamic flows and transport phenomena, including sediments. User Manual. 2011 (Version 3.15). 672 p.
9. Зиновьев А.Т., Кошелев К.Б., Марусин К.В., Шибких А.А. Информационно-моделирующая система на основе компьютерной модели руслового потока: структура, определяющие уравнения, результаты расчетов // Геоинформационные технологии и математические модели для мониторинга и управления экологическими и социально-экономическими системами / под ред. И.Н. Рогановой: монография. ИВЭП СО РАН. Барнаул: Пять плюс, 2011. С. 55–62.
10. Ресурсы поверхностных вод районов освоения целинных и залежных земель. Вып. VI. Равнинные районы Алтайского края и южная часть Новосибирской области / под. ред. В.А. Урываева. Л.: Гидрометеиздат, 1962. 978 с.
11. Soares Frazao S., Sillen S., Zech Y. Dam-break flow through sharp bends: physical model and 2D Boltzmann model validation. Proceedings of the CADAM Meeting. Wallingford. UK. 1998.
12. Liang Q., Borthwick A.G.L., Stelling G. Simulation of dam- and dyke-break hydrodynamics on dynamically adaptive quadtree grids // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2004. No. 46. P. 127–162.
13. Клавен А.Б., Копалиани З.Д. Экспериментальные исследования и гидравлическое моделирование речных потоков и руслового процесса. СПб.: Нестор-История, 2011. 504 с.

Сведения об авторах:

Зиновьев Александр Тимофеевич, к. ф.-м. н., старший научный сотрудник, заведующий лабораторией, Институт водных и экологических проблем СО РАН (ИВЭП СО РАН), 656038, г. Барнаул, ул. Молодежная, 1; e-mail: zinoviev@iwep.ru

Кошелев Константин Борисович, к. ф.-м. н., доцент, старший научный сотрудник, Институт водных и экологических проблем СО РАН (ИВЭП СО РАН), 656038, г. Барнаул, ул. Молодежная, 1; e-mail: koshelev@iwep.ru