

К ПРОБЛЕМЕ ОЦЕНКИ ПОСЛЕДСТВИЙ КРУПНОМАСШТАБНОЙ ДОБЫЧИ НЕРУДНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОДНЫЕ ОБЪЕКТЫ*

© 2014 г. А.П. Лепихин^{1,4}, Т.П. Любимова³, С.А. Лепешкин²,
А.А. Тиунов^{1,4}, Я.Н. Паршакова³, Д.И. Перепелица^{1,4}

¹ Камский филиал ФГУП «Российский научно-исследовательский институт комплексного использования и охраны водных ресурсов», г. Пермь

² Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь

³ Институт механики сплошной среды Уральского отделения Российской академии наук

⁴ Горный институт Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь

Ключевые слова: нерудные строительные материалы, гидродинамическое моделирование, водные объекты, качество воды.

Рассмотрены методы расчета просадок уровня воды вследствие крупномасштабной добычи нерудных строительных материалов. Дан сопоставительный анализ методов расчетов изменения гидравлических и гидрохимических показателей в ноль-, одно-, двух- и трехмерной постановке. Проведена оценка изменения просадок уровня на примере р. Камы в районе г. Перми. Рассмотрены вопросы накопления загрязняющих веществ в карьерных выемках, проведено моделирование процессов их промывки в 3D-постановке.

Добыча нерудных строительных материалов (НСМ) из обводненных рудовых карьеров является одним из наиболее распространенных способов. Несмотря на большое количество исследований, связанных с оценкой последствий таких разработок на водные объекты, многие важные аспекты остаются открытыми. Как правило, оценки влияния добычи НСМ направлены в первую очередь на анализ изменения скоростного и уровня режима рассматриваемого водного объекта. В большинстве случаев данные показатели достаточно полно определяют лимитирующие параметры, регламентирующие использование водных объектов для решения широкого круга водохозяйственных задач [1]. При этом оценка изменения уровня воды и скоростного режима вследствие крупномасштабной добычи НСМ вполне успешно выполняется при использовании моделей в одномерном (1D), двухмерном (2D) или даже нольмерном приближении [2–7]. Однако в зонах высокого техногенного воздействия на водные объекты возникают

* Работа выполнена при финансовой поддержке из средств гранта РФФИ-Урал № 13-01-96040 и гранта Президента РФ № МК-4310.2014.1.

Таблица 1. Структура моделей, используемых для прогнозирования последствий влияния крупномасштабной добычи НСМ на изменение абиотических параметров водных объектов

Размерность модели	Детальное задание параметров карьеров	Детальность расчетов	Название программного продукта
0-мерные	$W(x, y, z) = \text{const}$	maxz	метод Ржаницына
1-мерные	$W(x, y, z) = W(x, z)$	$z(x), V(x)$	River, HEC-RAS, MIKE 1.1
2-мерные	$W(x, y, z)$	$z(x, y), V(x, y)$	Cardinal, SMS, River, MIKE 2.2
3-мерные	$W(x, y, z)$	$z(x, y), V(x, y, z)$	Ansys Fluent, Flow3D, Flow Delft 3D

Примечание: z – уровень воды; V – скорость воды; x, y, z – пространственные координаты.

задачи оценки изменения не только гидравлических параметров потока, но и гидрохимического режима водного объекта. Для корректного решения данных задач необходимо, как правило, использование моделей в трехмерном (3D) приближении. В целом структура моделей, используемых для прогнозирования последствий влияния крупномасштабной добычи НСМ на изменение абиотических параметров водных объектов, представлена в табл. 1.

Как следует из табл. 1, существует несколько уровней детальности решения данной задачи. Условно по качеству результатов и затратам вычислительных ресурсов их можно разделить на четыре группы: модели в ноль-, одно- (1D), двух- (2D) и трехмерной (3D) постановке.

В простейшем случае, если по условию задачи достаточно информации только о максимальных изменениях гидравлических характеристик потока на участке добычи без построения продольного профиля, можно воспользоваться моделями в нольмерном приближении. Данные нольмерные математические модели строятся на основе системы уравнений Сен-Венана в пренебрежении конвективными членами. Примером нольмерной модели может выступить метод Ржаницына. Расчетная модель Ржаницына, построенная на основе балансовых соотношений, в обобщенном виде выглядит следующим образом:

$$\left(1 + \frac{z_d}{H_0} + \frac{z}{H_0}\right)^\beta \cdot \left(1 - \frac{2z}{i \times L}\right)^{1/2} - 1 = 0, \quad (1)$$

где $\beta = 1 + 1/2 + 1/6 + \alpha b_h$;

αb_h – морфометрический коэффициент;

B – ширина как функция глубины $B(h) = p_{bh} \cdot h \cdot \alpha b^h$;

p_{bh} – эмпирический коэффициент;

z_d – глубина карьера, м;

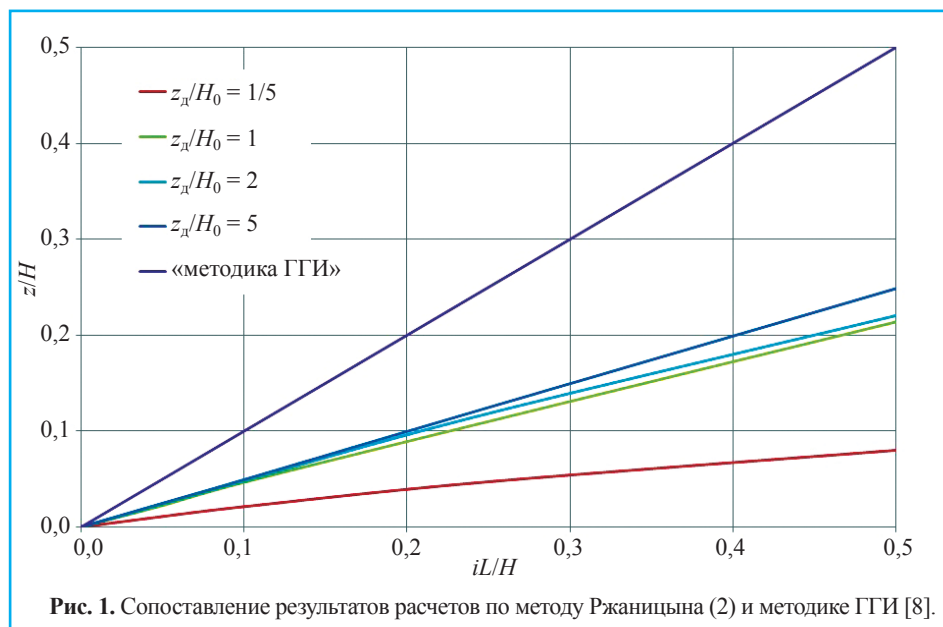
z – максимальная просадка воды в районе карьера, м;

H_0 – глубина водотока вне карьера, м;
 L – длина карьера, м;
 i – уклон водотока до создания карьера.

Соответственно при прочих равных условиях расчетные значения про­садки уровня воды при исходном уклоне водной поверхности $z(x, t)$, по­лученные в рамках данной модели, должны совпадать с $\max_{x \in L} z$ оценкой в рамках одномерных моделей. Характерной особенностью данного подхода является возможность оперативного получения требуемых параметров при минимуме используемой исходной информации. На рис. 1 представлено со­поставление результатов расчетов по модели Ржаницына [7] и оценок, пред­лагаемых методикой ГГИ в [8]:

$$\max z = i \cdot L. \quad (2)$$

Как следует из рис. 1, даже при отношении $z_n/H_0 = 5$, т. е. при глубине карьера, в 5 раз большей глубины потока, расчетные оценки (1) дают более чем в 2 раза завышенные значения показателя z/H_0 по сравнению с методом Ржаницына. Нетрудно заметить, что соотношение (1) корректно при объ­еме карьера $W \rightarrow \infty$. Определяющим ограничением использования данного метода является линейность изменения гидравлического уровня воды по длине водного объекта. В зонах выклинивания подпора это условие чаще всего не выполняется.



При использовании метода Ржаницына невозможно получить в явном виде аналитические решения уравнения (2). Однако широкое распространение персональных вычислительных средств и использование численных методов устраняют эти ограничения. Быстрое развитие вычислительных средств сделало доступным использование программных продуктов, построенных на решении системы уравнений Сен-Венана. В настоящее время разработано большое количество программных продуктов, реализующих решение данной системы уравнений. Наибольшее распространение получили имеющие международные сертификаты продукты HEC-RAS [9], MIKE [10]. Существенным преимуществом данной группы моделей является то, что они позволяют оперативно построить достаточно эффективную гидравлическую модель водного объекта и рассчитать для него осредненные по сечению потока требуемые гидравлические параметры. Объективность выполняемых расчетов в значительной мере определяется полнотой и детальностью задания морфометрии потока, коэффициентов гидравлического сопротивления. В качестве начального условия, как правило, задается расход воды на верхнем створе, а в качестве граничного условия – уровень воды на нижнем створе. Большинство популярных пакетов программ одномерной гидродинамики включают модуль, позволяющий рассчитывать расходы наносов и их переотложение по длине водотока. Опыт использования этих программных продуктов, в частности HEC-RAS, при решении широкого круга водохозяйственных задач был рассмотрен в [6].

Основным недостатком данных программных продуктов при решении задач, связанных с оценкой последствий крупномасштабной добычи НСМ, является невозможность детально задать морфометрию карьера и оценить изменение гидродинамических параметров по ширине потока. Такая возможность открывается при использовании для описания рассматриваемых процессов гидродинамических моделей в 2D-постановке. Использование моделей в 2D-приближении позволяет максимально полно и достаточно детально задавать геометрию подводного карьера, его размещение в русле реки. Однако для их реализации необходимо применение специализированных дорогостоящих пакетов программ двумерной гидродинамики. В настоящее время такие модели строятся на основе системы уравнений мелкой воды. Наиболее известными программными продуктами, реализующими эту систему уравнений, являются SMS, MIKE 2.x, Delft3D-Flow. Использование таких сложных инструментов эффективно только при достаточно детальном задании морфометрии рассматриваемого водного объекта. В качестве начальных условий, как правило, задается расход воды в начальном створе и уровень воды в нижнем створе. В условиях, когда действующая система прямых непосредственных наблюдений несовершенна, а построение гидродинамической модели в 2D-приближении весьма трудоемко, целе-

сообразно использование комбинированных схем. В такой схеме оценка начальных и граничных параметров, необходимых для модели в 2D-постановке, проводится на основе расчетов по моделям в 1D-постановке. Решение конкретных водохозяйственных задач с использованием данной комбинированной схемы расчетов рассмотрено в [11]. Существенное значение для оценки эффективности использования гидродинамических моделей имеет проблема сходимости результатов расчетов, полученных с использованием моделей различных размерностей, в первую очередь, одно- и двухмерных. Формально одномерные гидродинамические модели являются частью моделей мелкой воды, осредненных по ширине водотока. Различия заключаются в особенностях их построения, в частности – в вопросе детализации морфометрии объектов.

Современные программные продукты, реализующие систему уравнений Сен-Венана, характеризуются высокой надежностью. Для количественной оценки сходимости результатов проведены вычислительные эксперименты с использованием программных продуктов HEC-RAS и SMS. В качестве модельного объекта рассматривали прямоугольный канал длиной $L = 6 \cdot 10^3$ м и шириной $B = 1000$ м, коэффициент шероховатости дна которого составляет $n = 0,025$, расчеты проведены для условий пропуска расходов $300 \text{ м}^3/\text{с}$ и $10\,500 \text{ м}^3/\text{с}$. Погрешность в обоих случаях составила

$$\varepsilon \sim \frac{|Q_{\text{факт}} - Q_{\text{расч}}|}{Q_{\text{факт}}} \leq 10^{-4}, \quad (3)$$

где $Q_{\text{факт}}$ – фактический расход воды, $\text{м}^3/\text{с}$; $Q_{\text{расч}}$ – расчетный расход воды, $\text{м}^3/\text{с}$.

При этом максимальные различия в оценках уровней и осредненных скоростей потока, которые получены в рамках 1D- и 2D-моделирования, составляют не более 4 %. Различия становятся значительными, когда русло имеет сложную геометрию. Модели в 1D-приближении в силу особенностей построения, как уже отмечалось, не учитывают существенную морфометрическую неоднородность рассматриваемых водотоков и геометрические особенности отработанных карьеров.

При решении практических задач достаточно часто возникает проблема выбора среди моделей 1D- или 2D-постановки. Выбор оптимальной модели должен определяться из анализа схемы < стоимость выполненных расчетов > \rightarrow < погрешность расчетов > \rightarrow < характерная величина ущерба при принятии управленческих решений при данной погрешности расчетов >. Современные модели в 2D-постановке позволяют значительно более полно и детально задать и учесть в расчетах морфометрию не только водотока, но и самого карьера. Однако они требуют значительно больших трудовых и вычислительных ресурсов.

Построение гидравлической модели в 1D-приближении при известных морфометрических и гидрологических параметрах для участка протяженностью 100 км занимает 1–2 рабочих дня. Время, затрачиваемое программным продуктом на проведение самого расчета, составляет порядка $\sim 10^2$ с. Для сравнения: построение модели аналогичного участка в 2D-приближении занимает ориентировочно 10 рабочих дней, а проведение одного расчета $\sim 10^4 \div 10^5$ с.

Исходя из опыта проведения многочисленных экспериментов, для водотоков простейших геометрических форм поперечного сечения использование моделей в 1D-приближении представляется предпочтительным. В случае, если поставлена задача расчета изменения скоростной структуры потока или определения создаваемых разработками зон загрязнения, целесообразно, на наш взгляд, применение комбинированных схем.

Для большого по протяженности участка водного объекта, в пределах которого ведется разработка месторождений НСМ и на котором расположены, как минимум, два действующих гидрологических поста, достаточно разрабатывать гидродинамические модели в 1D-приближении. Для непосредственно примыкающего к зоне добычи участка акватории следует использовать комбинированную схему, включающую модель в 1D- и 2D-приближении.

На основе данной комбинированной схемы расчетов проведена оценка последствий различных вариантов крупномасштабной добычи НСМ на р. Каме (Воткинское водохранилище) в масштабах Пермско-Краснокамского промузла. Как показал выполненный анализ, за период интенсивной эксплуатации расположенных на участке р. Камы (Воткинское водохранилище) месторождений песчано-гравийной смеси уровень воды в створе Камской ГЭС просел на 1,40 м при прохождении максимальных расходов (рис. 2).

Необходимо подчеркнуть, что данные оценки относятся к высоким расходам сброса: при невысоких попусках через Камскую ГЭС ($Q < 1500 \text{ м}^3/\text{с}$) и поддержании уровня воды на Воткинской ГЭС на уровне НПГ (нормального подпорного горизонта) данные просадки практически не вычлняются. Изменение уровней воды по длине водного объекта для сценария полной отработки мощности месторождений представлено на рис 3.

Как правило, при оценке последствий крупномасштабной добычи НСМ в качестве лимитирующих рассматривают гидравлические параметры, в отдельных случаях требуется расчет зоны мутности, связанной с распространением в потоке взмученных донных отложений. Расчет полей концентрации взвешенных веществ успешно выполняется при использовании моделей в 2D-постановке, т. к. большинство программных продуктов включает модуль по расчету переноса загрязняющих веществ.

Следует подчеркнуть, что выбор расчетных гидрологических параметров определяется характером решаемой задачи, условиями формирования

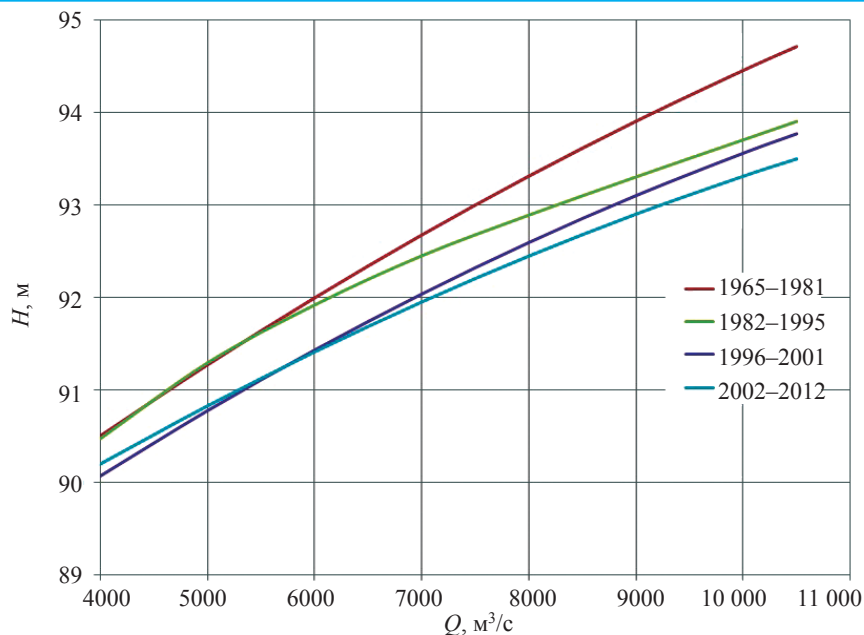


Рис. 2. Зависимость уровня воды в створе р. Кама (Воткинское водохранилище) – нижний бьеф Камской ГЭС от расхода сброса через плотину Камской ГЭС (по данным многолетних наблюдений).

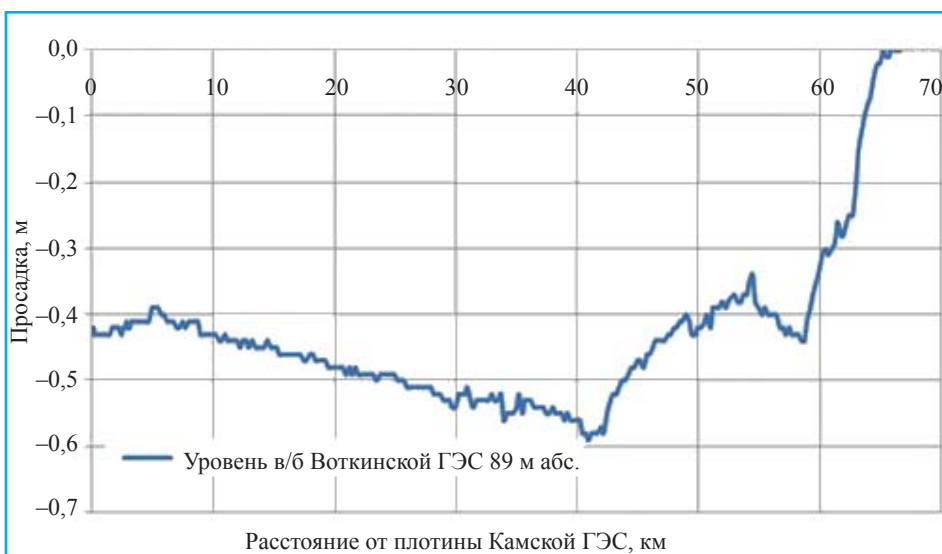


Рис. 3. Расчетная величина падения уровня по длине Пермско-Краснокамского промузла при прохождении расхода 10 500 м³/с и полной выемки мощности месторождений.

в ней лимитирующих ограничений водопользования, а также параметрами карьера. При этом интенсивность заполнения карьеров определяется не только параметрами наносов, но и внутригодовой и многолетней изменчивостью расходов воды. Современные программные продукты, реализующие гидродинамические модели русловых процессов в 1D- и 2D-постановке, включают расчет интенсивности переноса наносов. Надежность расчета интенсивности заполнения карьеров определяется корректностью принятых сценариев как внутригодовой, так и многолетней изменчивости стока, которая может быть весьма существенной.

В районах интенсивного техногенеза карьеры становятся «ловушками» для взвешенных и влекомых наносов, а также превращаются в «аккумуляторы», накапливающие загрязнения в межливневый период и выбрасывающие их во время прохождения паводков. В настоящее время вопросы оценки этих процессов становятся все более актуальными. Так, в [12] рассмотрена задача прогнозирования возможного уровня воды в р. Вятке в районе водозабора г. Кирова вследствие промывки во время прохождения весеннего паводка пойменных карьеров, расположенных в районе г. Кирово-Чепецка. Данная задача значительно более сложная, поскольку ее решение требует не только детального расчета гидродинамики потока, но и описания гидрохимического режима потока в условиях существенной плотностной стратификации потока, обусловленной неоднородностью распределения гидрохимических показателей качества воды.

Таким образом, рассматриваемая задача разделяется на две подзадачи:

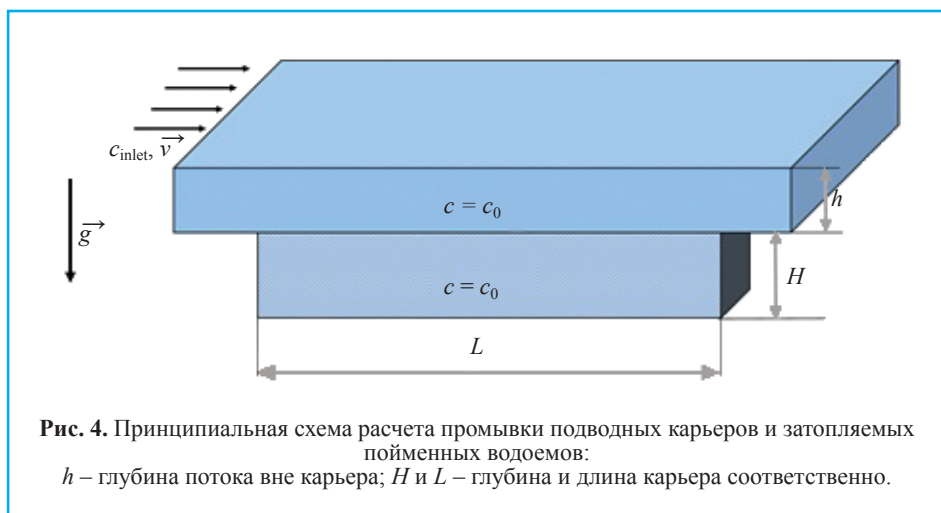
- расчет изменения гидродинамических характеристик потока по заданным параметрам добычи НСМ;
- расчет интенсивности выноса загрязняющих веществ из затопленных карьеров НСМ и формирования зон загрязнения.

При этом следует отметить, что методы расчетов зон загрязнения в водных объектах ориентированы на традиционные источники загрязнения, представленные точечными или рассредоточенными источниками и характеризующиеся нейтральной плавучестью. Источники загрязняющих веществ, формирующиеся при промывке подводных карьеров, не могут быть отнесены ни к одному из этих двух типов. Они не могут быть отнесены к точечным, т. к. их размеры, как правило, сопоставимы с размерами расчетной области водного объекта. Вследствие четкой локализации такие источники не могут рассматриваться как рассредоточенные. При этом в силу своего генезиса на них не может быть распространена гипотеза «нейтральной» плавучести, т. к. необходимо учитывать, как уже отмечалось, стратификационные эффекты. В связи с вышеизложенным для характеристики таких источников загрязнения предлагается использовать термин «нетрадиционные» источники загрязнения.

Данная задача весьма актуальна для р. Камы в пределах Соликамско-Березниковского промузла. Основным источником загрязнения подводных карьеров в р. Каме в районе Соликамско-Березниковского промузла является фильтрация высокоминерализованных естественных и техногенных рассолов. Вследствие фильтрационных разгрузок на дне водного объекта формируются устойчивые линзы с минерализацией воды, достигающей 10 г/л и более. Задача при этом состоит в анализе механизмов промывки этих линз, оценке зон загрязнения.

Учитывая, что данный водоток характеризуется редкой наблюдательной сетью, применили рассмотренную выше комбинированную схему на основе сопряжения гидродинамических моделей в 1D-, 2D- и 3D-постановке. Для построения моделей в одномерном приближении использовали программный продукт HEC-RAS, в двухмерной постановке – SMS v10.1. В настоящее время накоплен большой опыт применения данных программных продуктов для решения задач речной гидравлики [13, 14].

Гидродинамические модели в 3D-постановке из-за их сложности не получали до последнего времени широкого распространения в речной гидравлике. Положительный опыт применения таких моделей для решения задач повышения эффективности водообеспечения и регламентации отведения сточных вод рассмотрен в [2]. В данной работе для построения 3D-моделей использовали один из наиболее мощных пакетов программ вычислительной гидродинамики Fluent. При этом расчеты по 3D-моделированию выполняли на суперкомпьютере «Уран» Института математики и механики УрО РАН. Характеристика данного программного продукта применительно к решению задач речной гидравлики дана в [14]. Общая принципиальная схема расчета «промывки» подводных карьеров представлена на рис. 4.

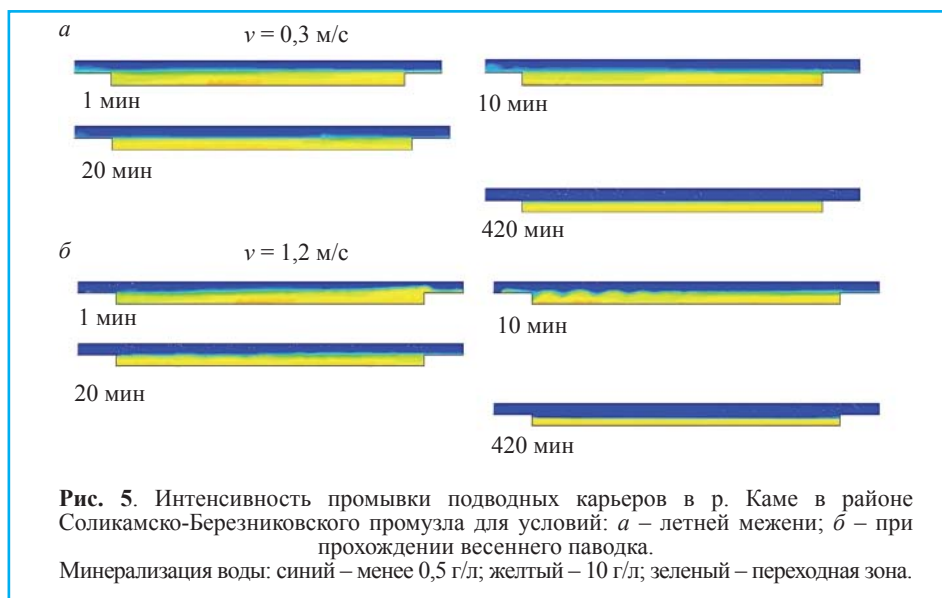


Исходные гидродинамические характеристики, необходимые для реализации модели в 2D-постановке, рассчитывали на основе 1D-гидравлической модели, реализованной для всего Камского водохранилища: р. Кама (пос. Тюлькино) – верхний бьеф Камской ГЭС. В свою очередь, начальные и граничные условия для 3D-модели рассчитывали на основе 2D-модели. Построение модели 3D для всего рассматриваемого участка в настоящее время даже при использовании таких вычислительных средств, как кластер «Уран», не представляется возможным из-за очень больших требований к вычислительным ресурсам.

Расчеты проводили для сценария гидрологического режима прохождения характерных расходов воды летне-осенней межени при поддержании НПП на уровне 108,5 м в верхнем бьефе Камской ГЭС, а также для сценария пропуска весеннего паводка расходом 3700 м³/с.

Результаты вычислительного моделирования представлены на рис. 5а, б.

Таким образом, при скоростях течений, характерных для меженного периода (рис. 5а), не происходит промывки «линз», образовавшихся в отработанных подводных карьерах. При скоростях потока, характерных для прохождения весеннего паводка (рис. 5б), наблюдается достаточно интенсивная промывка «линз», вынос накопившегося загрязнения. Выполненные численные эксперименты показали, что подводные карьеры, являющиеся неотъемлемой частью крупномасштабной добычи НСМ, в зонах активного техногенеза могут создавать своеобразные аккумуляторы загрязняющих веществ, превращаясь при определенных гидрологических условиях в дополнительный и весьма интенсивный источник загрязнения водного объекта.



Выводы

В настоящее время отработана технология оценки изменения гидравлических параметров водотоков вследствие крупномасштабной отработки на них месторождений НСМ. При этом могут использоваться модели от нольмерной до двухмерной постановки. Выбор определяется характером решаемых задач, полнотой и точностью задания исходных параметров, характеристиками доступных вычислительных средств. На участках водных объектов, расположенных в зонах выклинивания подпора, использование нольмерных моделей существенно ограничено. Для крупных водных объектов наиболее эффективным является комбинированный подход, основанный на сопряжении моделей в 1D- и 2D-постановке.

Проведенный анализ изменения уровней воды в р. Каме в пределах Пермско-Краснокамского промузла за достаточно длительный период интенсивной добычи НСМ показал, что значимая просадка (посадка) уровня наблюдается только при прохождении высоких расходов $Q > 4000 \text{ м}^3/\text{с}$. При невысоких сбросах $Q < 1500 \text{ м}^3/\text{с}$ и поддержании уровня воды на Воткинской ГЭС на уровне НПГ данные просадки (посадки) практически не вычлняются. Выполненные расчеты для различных сценариев интенсивности добычи НСМ в пределах данного промузла показали, что максимальная просадка уровня при прохождении экстремально высоких паводков может достигать 1,40 м. При разработке комплекса мероприятий по защите территории г. Перми от затопления такое снижение уровня может иметь очень существенное значение.

Загрязняющие вещества, накапливаемые в русловых и затапливаемых пойменных карьерах, при промывке во время прохождения паводков могут представлять серьезную угрозу экологическому состоянию водотоков. Для повышения устойчивости водопользования необходимо, в первую очередь, проведение инвентаризации данных источников, оценка интенсивности возможного загрязнения в зависимости от гидрологического и гидрохимического режима водного объекта. В связи с этим необходимо разработать схемы расчета таких источников загрязнения на основе сопряжения численных моделей гидродинамики в двух- и трехмерной постановке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методические указания по разработке нормативов допустимого воздействия на водные объекты. Утв. Приказом МПР России от 12.12.2007 № 328 М.
2. Гладков Г.Л., Беликов В.В. Численное моделирование движения воды и переформирования дна в естественных русловых потоках // Методы и алгоритмы решения задач контроля и управления на транспорте. СПГУВК. 1995. С. 143–156.
3. Ильин Н.И. Русловая добыча нерудных строительных материалов. М.: Транспорт, 1987. 232 с.

4. Гладков Г.Л. Обеспечение устойчивости русел судоходных рек и разработка русловых карьеров: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. СПГУВК. 1996. 33 с.
5. Методика расчета понижения уровня воды при добыче нерудных строительных материалов. М.: Транспорт, 1984. 20 с.
6. Лепихин А.П., Перепелица Д.И., Лепешкин С.А. Добыча песчано-гравийных смесей из водных объектов – оценки масштабов и возможных последствий // Современные проблемы водохранилищ и их водосборов. Труды III Междунар. науч.-практ. конф., 17–20 мая 2011. С. 131–136.
7. Ржаницын Н.А. Принципы моделирования естественных русловых потоков на размываемых моделях // Сб. тр. ЦНИИРФ. Речиздат, 1951. 192 с.
8. СТО ФГБУ «ГГИ» 52.08.31–2012. Добыча нерудных строительных материалов в водных объектах. Учет руслового процесса и рекомендации по проектированию и эксплуатации русловых карьеров.
9. HEC-RAS, River Analysis System Hydraulic Reference Manual (CPD-69). Gary W. Brunner, Version 4.1, January 2010, 411 p.
10. Donnell Barbara P., Letter Joseph V., McAnally W. H. and others. Users Guide for RMA2 Version 4.5. [09 Sept] 2009. Режим доступа: <http://chl.wes.army.mil/software/tabs/docs.htm>.
11. Лепихин А.П., Перепелица Д.И., Тиунов А.А. Анализ и обоснование возможных схем защиты г. Кунгура от наводнений // Водное хозяйство России. 2007. № 2. С. 80–93.
12. Лепихин А.П., Любимова Т.П., Тиунов А.А., Перепелица Д.И. Гидродинамическая модель реки Вятки в среднем течении: постановка задачи, результаты расчетов // Водное хозяйство России. 2013. № 3. С. 11–33.
13. River Sand Mining Management Guidelini, DID, Kuala Lumpur, Malaysia, 2009. 32 p.
14. Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Тиунов А.А. Численное моделирование разбавления и переноса высокоминерализованных рассолов в турбулентных потоках // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. № 5. С. 68–79.

Сведения об авторах:

Лепихин Анатолий Павлович, д-р геогр. наук, профессор, заведующий лабораторией, Горный институт Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78; директор, Камский филиал ФГУП РосНИИВХ, 614007, г. Пермь, ул. Народовольческая, 33; e-mail: lepihin49@mail.ru

Любимова Татьяна Петровна, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующая лабораторией вычислительной гидродинамики, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Акад. Королева, 1; e-mail: lubimova@psu.ru

Лепешкин Сергей Александрович, аспирант, Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614068, г. Пермь, ул. Генкеля, 8; e-mail: aega@rambler.ru

Тиунов Алексей Александрович, младший научный сотрудник, Горный институт Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78; Камский филиал ФГУП РосНИИВХ, 614007, г. Пермь, ул. Народовольческая, 33; e-mail: anywiny@hotmail.com

Паршакова Яна Николаевна, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Акад. Королева, 1; e-mail: gadiyatova@psu.ru

Перепелица Дмитрий Ильич, младший научный сотрудник, Горный институт Уральского отделения Российской академии наук (УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78; e-mail: perepelitsa_di@mail.ru