

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТАХ РАСХОДА ВЗВЕШЕННЫХ НАНОСОВ*

М.В. Шмакова

E-mail: m-shmakova@yandex.ru

*ФГБУН «Институт озераведения Российской академии наук»,
Санкт-Петербург, Россия*

АННОТАЦИЯ: Рассмотрены вопросы влияния взвешенных наносов на процессы формирования русла, приведен ряд формул расчета расхода взвешенных наносов и результаты вычислений. Меньшую вероятность ошибки показала аналитическая формула наносов, в которой абсолютный показатель степени аргументов равен единице. Рассчитанная вероятность ошибки расчета однозначно связана со средним относительным отклонением между рассчитанными и наблюдаемыми значениями расхода наносов: формулы с меньшей вероятностью ошибки показывают при расчетах лучшее соответствие наблюдаемым значениям. При этом интегральные по отношению к типу донных отложений параметры аналитической формулы расхода наносов представляют более устойчивую зависимость гидравлических переменных состояния потока и наносов в отличие от формул аналогичного назначения с включенными в них данными о крупности наносов. Это объясняется тем, что даже квантильные оценки крупности частиц нередко недостоверны и имеют высокую изменчивость в пределах одной фазы водности, тогда как параметры, ориентированные на качественное состояние системы (категория крупности донных отложений), характеризуют свойства донного грунта в среднем (интегрально) по поперечному сечению потока.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: расход взвешенных наносов, водоток, русловые деформации, погрешность расчета, погрешность формулы.

Изменения отметок дна водотоков – естественный процесс, обусловленный взаимодействием движущихся водных масс и наносов, поступающих из вышерасположенных створов в результате размыва русла и с поверхности водосбора от почвенной эрозии. Это взаимодействие является следствием неравновесности системы «водный поток – донные отложения – наносы», когда имеет место несоответствие переносимых потоком наносов и транспортирующей способности потока. Признаками неравновесной системы является изменение вклада кинетической энергии потока воды и движущихся наносов, а также потенциальной энергии донного и берегового грунта в общий энергетический баланс системы.

* Работа выполнена в рамках государственного задания ФГБУН «Институт озераведения Российской академии наук» по теме № 0154-2019-0001

© Шмакова М.В., 2020

В случае равенства между поступлением наносов и транспортирующей способностью потока русловая система находится в равновесии, «русловые деформации сводятся к перемещению мелких аккумулятивных образований – донных гряд ... и местные размывы уравниваются заилением» [1].

В неравновесной системе речной поток стремится минимизировать энергию движения, что приводит к переформированию как гидравлической структуры речного потока, соотношения жидкой и твердой фазы в нем, так и формы речного русла. Интенсивность этих переформирований зависит от степени несоответствия между расходом наносов и транспортирующей способностью потока, а также от типа пород, которыми представлены дно и берега водотока.

Расчеты русловых деформаций неразрывно связаны с количественной оценкой расхода твердого вещества, переносимого речным потоком. В начале исследований процессов перемещения твердого материала в водотоках было принято разделение общего расхода наносов на влекомую и взвешенную составляющие. Однако, очевидно, как из анализа физики процесса неустановившегося неравномерного двухфазного массопереноса, так и из данных почти вековых наблюдений за речными потоками, что в зависимости от характера движения, фазы его неустановившегося режима деление наносов по признаку взвешенные и влекомые крайне условно. В современной литературе многократно рассматривались вопросы условий перехода из одного состояния в другое [1–3]. При достаточно большом количестве формул расходов влекомых наносов, формулы общего расхода наносов и расхода взвешенных наносов не так распространены. Однако при зачастую эмпирической природе формул расходов взвешенных и влекомых наносов, формулы общего расхода наносов нередко более физически обоснованы.

Целью данной работы является обзор и сравнительный анализ формул расчета расхода взвешенных наносов.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Разработка формул расхода взвешенных наносов, к сожалению, почти не нашла места в практике гидравлических расчетов. Большое внимание в исследовании взвешенных наносов отечественными учеными уделялось изучению распределения мутности по вертикали и по длине реки, также проводились исследования по анализу обобщенных материалов пространственно-временного распределения мутности [1, 4, 5].

В настоящее время в качестве формулы расхода взвешенных наносов в нормативах и прикладных трудах предлагаются формулы расчета транспортирующей способности потока. В учебной и научной литературе для расчета расхода взвешенных наносов представлено уравнение распространения примеси, основанное на диффузионной теории движения наносов

[1, 4, 5]. Однако ни в формулах транспортирующей способности потока, ни в уравнениях распространения примеси задача расчета концентрации взвешенного вещества в потоке в окончательном виде не решена. Очевидно, что взвесенесущая нагрузка речного потока не всегда соответствует его транспортирующей способности. Также и уравнение распространения примеси, являющееся элементарным уравнением неразрывности при уже известной концентрации взвешенного вещества в потоке (задание граничного условия), оставляет вопрос оценки этой концентрации открытым.

В XX в. некоторые попытки вывода формул расхода взвешенных наносов были основаны на информации о концентрации взвешенных наносов в придонном слое (s_0) и фактически сводились к интегральному расчету эпюры концентрации взвешенных наносов (s).

Теоретическое уравнение для вертикального распределения взвешенных отложений в турбулентном потоке дано Х. Роузом в 1937 г. Так, отношение концентраций s_1 и s_2 на разных глубинах h_1 и h_2 в потоке глубиной h имеет вид [6]:

$$\frac{s_1}{s_2} = \left[\frac{h - h_1}{h_1} \frac{h_2}{h - h_2} \right]^z$$

$$z = \frac{w_1}{k\beta u^*} \quad (1)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{при } 0,1 > w/u^* \text{ или } w/u^* > 0,5 \\ 1+2(w/u^*)^2 & \text{при } 0,1 < w/u^* < 0,5 \end{cases}$$

где u^* – динамическая скорость, м/с;

w – гидравлическая крупность, м/с;

k – постоянная Кармана (0,4);

β – коэффициент диффузии.

Известно, что транспорт взвешенных наносов тесно связан с турбулентностью речного потока и сопровождается постоянным обменом вещества между слоями потока. Общее выражение для секундного расхода взвешенного вещества q_s , м/с через единичную горизонтальную площадку турбулентного потока имеет вид [1]:

$$-A \frac{g}{\rho_{\text{ВОДЫ}}} \frac{ds}{dy} + sw = q_s, \quad (2)$$

где $Ag/\rho_{\text{ВОДЫ}}$ – коэффициент турбулентной диффузии, м²/с;

g – ускорение свободного падения, м/с²;

$\rho_{\text{ВОДЫ}}$ – плотность воды, кг/м³;

s – мутность, м³/м³;

y – вертикальная координата, м.

Если предположить A постоянным по глубине, выражение концентрации s на глубине y в общем виде можно записать как:

$$s = s_0 e^{-f(C, v, w, h, y, g)}, \quad (3)$$

где C – коэффициент Шези, $m^{0.5}/c$; h – средняя глубина потока, м; v – средняя скорость потока, м/с.

Придонная концентрация или общая мутность взмыва может быть рассчитана, например, по формуле В.М. Маккаваева [7]:

$$s_0 = 0,000057 \frac{(0,7C + 6)C}{g} \frac{v_H^2}{h}, \quad (4)$$

где v_H – неразмывающая скорость, м/с.

Очевидно, что приведенное выше выражение для концентрации s предполагает экспоненциальный вид эпюры распределения мутности по вертикали. Однако эпюры такого вида характерны для частиц крупностью $d \geq 0,1$ мм, тогда как концентрация частиц меньше 0,1 мм «утрачивает непосредственную связь с элементами осредненного движения и описывается кривыми сложных очертаний» [5].

Недостаточное внимание к проблеме разработки формул расхода взвешенных наносов вызывает недоумение. Поскольку в отличие от низкой точности измерения расхода влекомых наносов и, как следствие, наличия определенных сложностей с построением и верификацией соответствующих формул и калибровки их параметров, точность измерения расхода взвешенных наносов достаточно высока, инструментальное исследование речных потоков имеет весьма продолжительный период и систематический характер. Определенное пренебрежение к расчетным методам расхода взвешенных наносов можно объяснить тем, что ряд ученых учитывает влияние на процессы переформирования дна (русловые процессы) исключительно влекомых наносов, при этом взвешенные наносы рассматриваются лишь в качестве транзитных [8].

В настоящее время проблема несомненного вклада взвешенных наносов в процессы формирования русла признана многими исследователями [3]. Именно взвешенные наносы, распределенные в толще потока, имеют выраженное взаимосвязанное влияние на прочие гидравлические переменные состояния потока. С одной стороны, в турбулентном потоке снижается интенсивность пульсаций: как показал Г.И. Баренблатт, работа взвешивания отнимает энергию от турбулентных пульсаций, т. е. снижает интенсивность турбулентного перемешивания. Следствием этого является неравномерность распределения осредненных скоростей на вертикали [4]. С другой, согласно закону сохранения энергии, увеличение концентрации твердого вещества в потоке воды приводит к увеличению движущейся массы с со-

хранением в среднем общего расхода. Последнее подразумевает увеличение скорости движения двухфазного потока с сопряженным уменьшением глубины. Этот эффект подтверждается и рядом других исследований [1].

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Формулы расхода взвешенных наносов

Рассмотрим несколько формул расхода взвешенных наносов $G_{взв}$ и проведем сравнительные расчеты.

Формула А.В. Караушева для взвешенных наносов крупностью $0,04 \leq d \leq 0,3$ мм, характеризующихся соотношением $u^*/w > 1,7$ [2]:

$$G_{взв} = 1,12 \cdot 10^{-6} \rho_{грунта} \frac{v^2}{g^2 h} Q C^2 \left(\frac{v}{w_{cp}} \right)^{0,75}, \quad (5)$$

$$w_{cp} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^m w_i p_i,$$

где d – средняя крупность частиц, мм;

$\rho_{грунта}$ – плотность грунта, кг/м³;

Q – расход воды, м³/с;

w_{cp} – средняя гидравлическая крупность транспортируемых потоком фракций, м/с; m – число транспортируемых фракций;

p_i – процентное содержание i -ой фракции с гидравлической крупностью w_i , %.

Формула Ван Рейна (Van Rijn) [9]:

$$G_{взв} = \alpha B \rho_{грунта} d_{50} v D_{gr}^{-0,6} \left\{ \frac{v - v_{кр}}{\left[\frac{\rho_{грунта} - \rho_{воды}}{\rho_{воды}} g d_{50} \right]^{0,5}} \right\}^{2,4}, \quad (6)$$

$$D_{gr} = d_{50} \left[\frac{g}{v^2} \frac{\rho_{грунта} - \rho_{воды}}{\rho_{воды}} \right]^{1/3},$$

где α – коэффициент, принимающий значения от 0,008 до 0,012;

B – ширина русла, м;

d_{50} – средний диаметр частиц, м;

$v_{кр}$ – критическая скорость потока, основанная на критерии Шильдса, м/с;

v – кинематическая вязкость, м²/с.

Критическая скорость потока зависит от крупности донных отложений.

Для песка средней крупности $0,5 \leq d_{50} < 2,0$ мм

$$v_{кр} = 8,5 d_{50}^{0,6} \lg \left(\frac{12h}{6d_{50}} \right). \quad (7)$$

Для песка мелкой и средней крупности $0,1 < d_{50} < 0,5$ мм

$$v_{кр} = 0,19 d_{50}^{0,1} \lg \left(\frac{12h}{6d_{50}} \right). \quad (8)$$

Формула Бэгнольда [10] основана на концепции энергетического баланса – мощность потока определяет энергию для транспорта наносов.

$$G_{взв} = 0,01\tau B \frac{v^2}{gW} \frac{\rho_{воды}}{\rho_{грунта} - \rho_{воды}}, \quad (9)$$

где τ – касательное напряжение на дне, кг/(м·с²).

Формула Чанга – Симонса – Ричардсона (Chang – Simons – Richardson) [6]:

$$G_{взв} = \rho_{воды} dBC_a \left(vI_1 - 2 \frac{u_*'}{K} I_2 \right), \quad (10)$$

где I_1 и I_2 – параметры, зависящие от глубины и определяемые по номограммам Янга [6].

Формула И.Ф. Карасева [5] получена для условия динамического равновесия между осаждением и взмывом:

$$G_{взв} = QB\eta\varepsilon \frac{\rho_{воды}}{\rho_{грунта} - \rho_{воды}} \frac{0,00015C^2v^3\sqrt{g}}{g^2h(0,755v\sqrt{g} + 0,5wC)},$$

$$\eta = 1,08 - 0,58 \left(\frac{v_c}{v} \right)^2,$$

$$v_c = 1,43 v_H, \quad (11)$$

$$B = \frac{wC + 0,7v\sqrt{g}}{12wC} \left(1 - e^{-\frac{12wC}{wC + 0,7v\sqrt{g}}} \right),$$

$$\varepsilon = 1 - 0,18 \frac{wC}{v\sqrt{g}},$$

где v_c – критическая скорость, м/с; η – вероятность срыва; ε – отношение наносонесущей части пульсаций к их общей совокупности; B – отношение средней по вертикали мутности к донной.

Примем для последующих расчетов все приведенные выше формулы расхода взвешенных наносов за исключением формулы Чанга–Симонса – Ричардсона по причине того, что определение некоторых параметров этой формулы представляется затруднительным. В связи с тем что водотоки, по данным наблюдений которых будут проведены расчеты, имеют преимущественно взвешенный сток наносов, для расчетов используем также формулы общего расхода наносов G , показавшие хороший результат в расчетах, приведенных в работе [11].

Аналитическая формула расхода наносов [12], полученная как следствие уравнения баланса сил, действующих в системе «водный поток – донные отложения – наносы», имеет вид

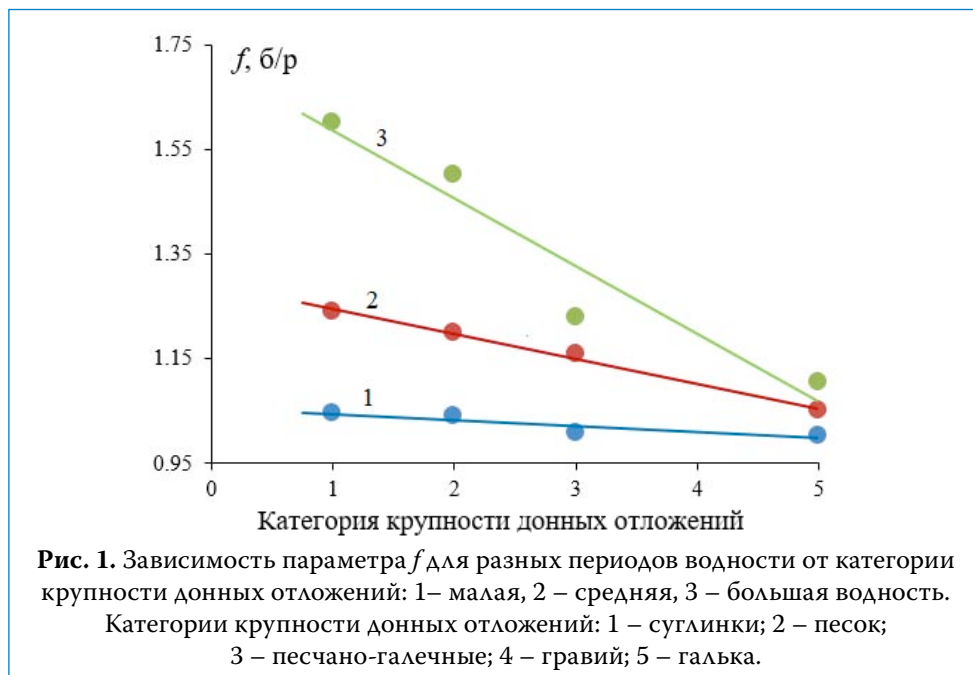
$$G = \frac{\rho_{\text{грунта}}}{\rho_{\text{грунта}} - \rho_{\text{воды}}} Q \left[\frac{c}{hg} - (1-f)\rho_{\text{воды}} I \right], \quad (12)$$

где f – коэффициент внутреннего трения, б/р;

c – сцепление частиц грунта при сдвиге, кг/(м·с²);

I – уклон русла, б/р.

Формула содержит две основные группы членов: силы гравитации (сдвигающая проекция силы тяжести потока – $\rho_{\text{воды}} I$) и силу трения или сопротивление грунта сдвигу ($c/(hg) + \rho_{\text{воды}} f I$). Параметры f и c формулы (12) зависят от фазы водности водотока и крупности донных отложений. Для определения значений параметра f могут быть использованы зависимости для разных периодов водности, приведенные на рис. 1. Значения параметра c для связанного грунта (суглинки) в среднем по результатам оптимизации для расчетных рек равны 0,385, 0,505 и 1,55 кг/(м·с²) для периодов малой, средней и большой водности соответственно. Для несвязанного грунта для большинства расчетных рек в периоды средней и большой водности значения параметра c в результате оптимизации равны нулю. Для периода малой водности значения этого параметра при оптимизации определялись в диапазоне от нуля до несколько десятых кг/(м·с²). Следует заметить, что приведенные количественные оценки параметров f и c формулы (12) являются приближенными и требуют уточнений.



Интегральные по отношению к типу донных отложений параметры f и c в формуле (12) представляют более устойчивую зависимость гидравлических переменных состояния потока и наносов в отличие от формул аналогичного назначения с включенными в них данными о крупности наносов. Это объясняется тем, что даже квантильные (различной обеспеченности) оценки крупности частиц нередко недостоверны и имеют высокую изменчивость в пределах одной фазы водности [13, 1], тогда как оценка параметров трения в формуле (12) характеризует свойства донного грунта в среднем (интегрально) по поперечному сечению потока.

Формула Энгелунда и Хансена получена в середине прошлого века [14]:

$$G = \rho_{\text{грунта}} \cdot B \frac{0,05 |v|^5}{(\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1) \sqrt{g} d_{50} C^3}. \quad (13)$$

Представленная формула имеет относительно несложную запись и нередко используется отечественными учеными в моделях двухфазных потоков.

Формула Карима и Кеннеди. Ученые получили формулу общего расхода наносов через теорию размерностей, поставив в зависимость общего расхода наносов от средней и динамической скорости потока, гидравлической крупности и среднего размера частиц [15]:

$$G = B \cdot k \left[\frac{v}{\sqrt{g (\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1) d_{50}}} \right]^{2,97} \left(\frac{u^*}{w} \right)^{1,47} \sqrt{g (\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1) d_{50}^3}, \quad (14)$$

где k – коэффициент пропорциональности, равный 0,00139.

Динамическая скорость рассчитывается как отношение касательного напряжения на границе к плотности воды $u^* = \sqrt{\tau / \rho_{\text{воды}}}$.

Касательные напряжения на дне в соответствии с квадратичным законом сопротивления записываются в виде:

$$\begin{aligned} \tau &= -\lambda |v| v, \\ \lambda &= gn^2 h^{-1/3}, \end{aligned}$$

где λ – гидравлическое сопротивление на дне реки; n – коэффициент шероховатости русла.

Коэффициент Шези вычисляется по формуле Маннинга $C = \frac{1}{n} h^{1/6}$.

Объекты исследования

В качестве объектов исследования выбрано шесть североамериканских рек [16], результаты расчетов общего расхода наносов по которым приведены в работе [11]. Реки характеризуются крайне незначительным вкладом расхода влекомых наносов в общий расход наносов – от 0,3 до 9,5 %, т. е. в пределах точности измерения. Основные гидравлические характеристики расчетных рек представлены в табл. 1.

Таблица 1. Основные гидравлические характеристики расчетных рек

Гидрометрический створ	Уклон, б/р	Расход воды, м ³ /с	Скорость, м/с	Глубина, м	Ширина, м	$G_{взв}'$, кг/с	$G_{ва}'$, кг/с	$G_{общ}'$, кг/с
Susitna River near Talkeetna, Alaska	0,00146	612–1160	1,8–2,7	1,7–2,3	183–202	197–849	2,26–10,4	199–859
Tanana River at Fairbanks, Alaska	0,000467	1010–2020	1,3–1,9	2–2,9	296–469	2410–10030	16,3–89,4	2426–10119
Toutle River at Tower Road near Silver Lake, Wash	0,00311	112–248	1,5–3,1	0,77–1,5	61–70	538–5820	33–232	682–5901
Fork Toutle River near Kid Valley, Wash	0,0037	110–185	2,4–2,8	0,85–1,1	56–59	1590–4980	110–338	1883–5090
Clearwater River at Spalding, Idaho	0,000312	847–1810	1,4–2,5	4,3–5,1	135–143	15,8–124	0,578–6,54	16,38–130,54
Yampa River at Deerloge Park, Colo	0,000673	108–447	0,81–1,3	1,5–3,9	90–93	113–998	3,6–13,2	122,3–1008

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В табл. 2 приведены средние относительные отклонения между рассчитанными и наблюдаемыми расходами наносов, а рис. 2 – зависимости наблюдаемых и рассчитанных расходов взвешенных наносов.

Значения параметров всех расчетных формул оптимизированы минимизацией относительного отклонения между наблюдаемыми и рассчитанными значениями расхода взвешенных наносов. При оптимизации параметров формул в качестве основы принимались рекомендуемые значения этих параметров, приведенные в соответствующей литературе [5] для коэффициента шероховатости в формулах (5), (9) – (11), (13), (14); [9] – для коэффициента α в формуле (6).

Среднее относительное отклонение по всем исследуемым водотокам (табл. 2) составило от 41 % (аналитическая формула расхода наносов) до 97 % (формула Энгелунда–Хансена). Расчеты по формуле И.Ф. Карасева показали большие отклонения – превышение над наблюдаемыми расходами наносов для ряда водотоков составило более 1000 %. Результаты одного порядка точности (в пределах 40–60 %) показали аналитическая формула расхода наносов, формулы А.В. Караушева, Бэгнольда и Ван Рейна.

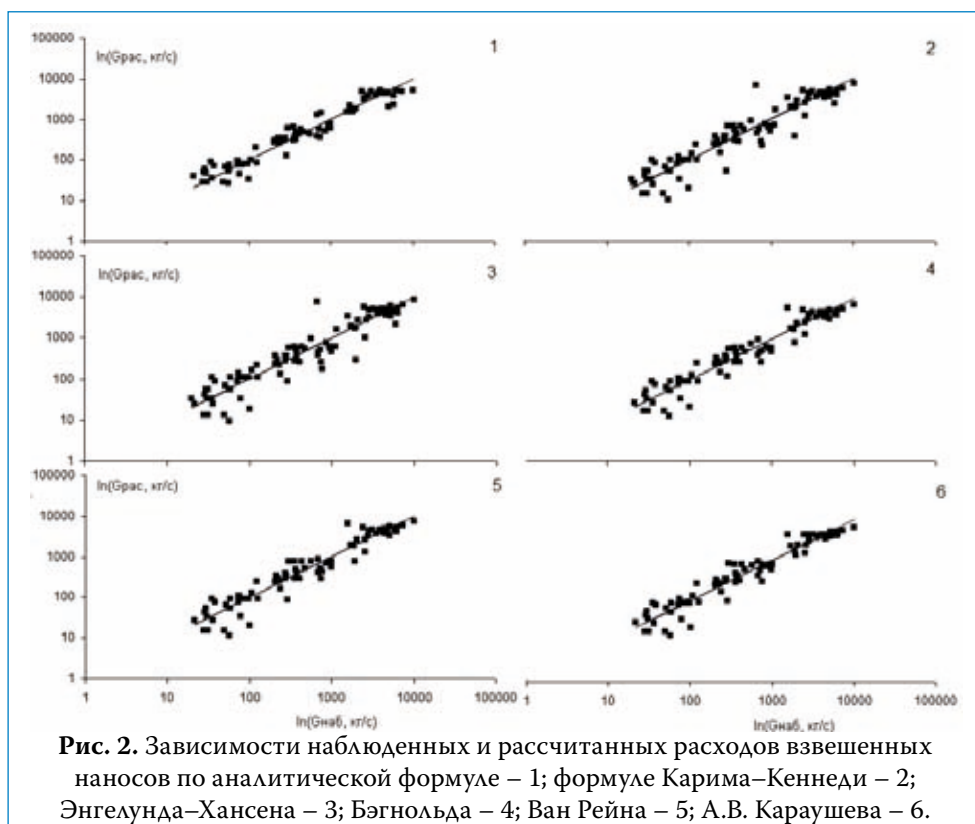


Таблица 2. Средние относительные отклонения между наблюдаемыми и рассчитанными по разным формулам расходов взвешенных наносов, %

Гидрометрический створ	Аналитическая формула	Карим и Кеннеди	Энгелунда – Хансен	Бэгнольда	Ван Рейн	И.Ф. Карасев	А.В. Караушев
Susitna River near Talkeetna, Alaska	34	40	43	39	38	36	35
Tanana River at Fairbanks, Alaska	28	33	36	29	31	273	28
Toutle River at Tower Road near Silver Lake, Wash	38	247	307	110	120	>1000	64
Fork Toutle River near Kid Valley, Wash	36	19	21	26	24	850	25
Clearwater River at Spalding, Idaho	52	79	92	71	76	86	70
Yampa River at Deerloge Park, Colo	60	79	82	74	86	>1000	85
Среднее значение, %	41	83	97	58	62	–	51

Относительная погрешность расчетных формул

Помимо адекватности математической аппроксимации физического процесса переноса твердого вещества в потоке, рассчитываемая функция также характеризуется дисперсией, которую формируют неточности измерения или определения аргументов, входящих в расчетную формулу. Согласно действующему ГОСТ Р 8.563–2009, неточности складываются из методической и инструментальной составляющих погрешности измерений, а также погрешности, вносимой оператором. Таким образом, рассчитанная величина расхода наносов «должна отражать в себе неточность аргументов и поэтому также должна быть представлена каким-то рядом значений, который будет иметь свое среднее и дисперсию» [13]. После разложения выражения для дисперсии расчетной функции в ряд Тэйлора приближенное значение дисперсии σ_G будет равно

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial G}{\partial x_j} \right) \text{cov}(x_i, x_j), \quad (15)$$

где σ_{x_i} – ошибка определения аргумента x_i . Для независимых аргументов $\text{cov}(x_i, x_j) = 0$.

Зная дисперсии аргументов формулы, а также значение ковариаций между ними, можно вычислить дисперсию функции: функция «определяется границами того интервала, внутри которого с заданной вероятностью она находится» [13]. При этом, вероятность ошибки расчета будет равна (принимая в качестве допущения рассчитанное значение величины расхода наносов за среднее)

$$\delta_G = \frac{\sigma_G}{G} 100 \%. \quad (16)$$

Очевидно, чем сложнее структура формулы, больше аргументов и их комбинаций, тем больше вероятность ошибки.

Оценим вероятность ошибки некоторых приведенных выше формул расхода наносов, имеющих относительно простую структуру. В качестве расчетного материала примем данные наблюдений на Tanana River at Fairbanks, Alaska. Значения ковариации между парными величинами переменных состояния потока расчетной реки будут равны $\text{cov}(Q, h) = 15,21$; $\text{cov}(Q, v) = 7,81$; $\text{cov}(v, h) = 0,00054$. Прочие пары аргументов рассматриваемых расчетных формул в качестве допущения полагаются независимыми.

Наблюдения на исследуемом водотоке приходятся на 1980-е годы и предполагают соответствующую инструментальную и методическую основу. Принимая во внимание приведенные в разных источниках по гидрометрическим стандартам данные по погрешностям определения гидравлических переменных состояния потока (Q, v, h, B, l), будем полагать среднюю погрешность каждой из этих величин 10 %. Понятно, что назначенные значе-

ния погрешностей носят определенно условный характер и являются лишь численным ориентиром для дальнейших расчетов. В табл. 3 представлены расчеты вероятной ошибки δ_G , % по приведенным выше формулам расхода наносов.

Таблица 3. Оценка вероятной ошибки δ_G , %

Формулы	δ_G , %
Аналитическая формула расхода наносов	11
Формула Бэгнольда	42
Формула А.В. Караушева	32
Формула Энгелунда–Хансена	54
Формула Карима–Кеннеди	48

Как следует из табл. 3, в зависимости от структуры формулы меняется вклад погрешности определения аргумента в вероятность ошибки функции. Меньшую вероятность ошибки показала аналитическая формула наносов, в которой абсолютный показатель степени аргументов равен единице.

Вполне очевидно, что полученные результаты (табл. 3) прямым образом связаны со средним относительным отклонением между рассчитанными и наблюдаемыми значениями расхода наносов (табл. 2): формулы с меньшей вероятностью ошибки показывают при расчетах лучшее соответствие наблюдаемым значениям.

ВЫВОДЫ

В основе успешного моделирования русловых деформаций лежат правильное понимание и соответствующая математическая интерпретация процессов, определяющих эти деформации. Одним из таких процессов, несомненно, является перенос речным потоком твердого вещества – наносов. При имеющемся многообразии формул расхода влекомых наносов, достаточном количестве формул общего расхода наносов и относительно небольшом наборе формул расхода взвешенных наносов качество расчетов по этим формулам является очевидно недостаточным.

Проведенные вычисления расхода взвешенных наносов по наиболее распространенным формулам показали точность расчета одного порядка (за исключением формулы И.Ф. Карасева) – средние относительные отклонения между рассчитанными и наблюдаемыми значениями расхода взвешенных наносов находятся в диапазоне 41–97 %. При этом наиболее устойчивая схема расчета расхода наносов – формула (12) – включает параметры, ориентированные на качественное состояние системы (категория крупности донных отложений), что позволяет избежать необходимости за-

давать параметры, сопряженные с большой изменчивостью характеристик донного грунта, например, размером частиц разной обеспеченности.

Определенный вклад в соответствие рассчитанных и наблюдаемых значений привносит также и точность измерения расхода взвешенных и влекомых наносов. Меньшую вероятность ошибки показала аналитическая формула наносов, в которой абсолютный показатель степени аргументов равен единице. Рассчитанная вероятность ошибки расчета однозначно связана со средним относительным отклонением между рассчитанными и наблюдаемыми значениями расхода наносов – формулы с меньшей вероятностью ошибки показывают при расчетах лучшее соответствие наблюдаемым значениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Караушев А.В.* Проблемы динамики естественных водных потоков. Л.: Гидрометеоиздат, 1960. 392 с.
2. Рекомендации по прогнозу трансформации русла в нижних бьефах гидроузлов. СО 34.21.204. 2005.
3. *Чалов Р.С.* Русловедение: теория, география, практика. Т. 1. Русловые процессы: факторы, механизмы, формы проявления и условия формирования речных русел. М.: URSS, 2011. 960 с.
4. *Гришанин К.В.* Гидравлическое сопротивление естественных русел. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 184 с.
5. *Карасев И.Ф.* Русловые процессы при переброске стока. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 288 с.
6. *Sedaei N., Honarbakhsh A., Mousavi F. and Sadatinegad J.* Suspended Sediment Formulae Evaluation, Using Field Evidence from Soolegan River // World Applied Sciences Journal. 19 (4). 2012. P. 486–496.
7. *Маккавеев В.М.* Учет ветрового фактора в динамике волн и переносных течений. Труды ГГИ. Вып. 28 (82). 1951. С. 3–35.
8. *Кондратьев Н.Е.* Русловые процессы рек и деформации берегов водохранилищ. СПб.: Изд-во «Знак», 2000. 258 с.
9. *Van Rijn L.C.* Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport // Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Vol. 110. No. 11. 1984.
10. *Bagnold R.A.* An approach to the sediment transport problem from general physics. Us geological survey professional. 1966. 422 p.
11. *Шмакова М.В., Кондратьев С.А.* Анализ и расчеты твердого стока (на примере североамериканских рек) // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. 2016. № 43. С. 51–66.
12. *Шмакова М.В.* Расчеты твердого стока рек и заиления водохранилищ. СПб.: Изд-во ВВМ, 2018. 149 с.
13. *Великанов М.А.* Ошибки измерения и эмпирические зависимости. Л.: Гидрометеоиздат, 1962. 303 с.
14. *Engelund F., Hansen E.* A monograph on Sediment transport In Alluvial Streams // Nordic Hydrology. No. 7. 1967.

15. Karim M.F. and Kennedy J.F. Computer-based Predictors for Sediment Discharge and Friction Factor of Alluvial Streams. Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa. Report. No. 242. 1983.
16. Measured total sediment loads (suspended loads and bedloads) for 93 United States streams. U.S. Geological Survey, Denver, Colorado. 1989. 131 p.

Для цитирования: Шмакова М.В., К вопросу о расчетах расхода взвешенных наносов // Водное хозяйство России. 2020. № 1. С. 50-71.

Сведения об авторе:

Шмакова Марина Валентиновна, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, ФГБУН «Институт озераедения Российской академии наук» (ИНОЗ РАН), Россия, 196105, Санкт-Петербург, ул. Севастьянова, д. 9; e-mail: m-shmakova@yandex.ru

ON THE ISSUE OF CALCULATION OF THE SUSPENDED SEDIMENT LOAD DISCHARGE

Marina V. Shmakova

E-mail: m-shmakova@yandex.ru

Institute of Limnology of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia

Abstract: The article deals with the questions of the contribution of suspended sediment in the processes of formation of the channel, and includes several formulas of suspended sediment discharge calculation and the results of calculations by these formulas. An analytical formula of sediments, in which the absolute exponent of the degree of arguments is equal to one shown the lower error probability. The calculated probability of calculation error is explicitly related to the average relative deviation between the calculated and observed values of sediment flow: the formulas with a lower error probability show better correspondence to the observed values. At the same time, the parameters of the analytical formula of sediment flow integral with respect to the type of bottom sediments represent a more stable dependence of the hydraulic variables of the flow state and sediments in contrast to the formulas of a similar purpose with data on sediment size included in them. This is explained by the fact that even quantum estimates of particle size are often unreliable and have high variability within one phase of water content, whereas the parameters focused on the qualitative state of the system (category of sediment size) characterize the properties of the bottom soil on average (integrally) over the cross-section of the flow.

Key words: suspended sediment discharge, river flow, channel deformation, calculation error, formula error.

Changes of the watercourses-bed level is a natural process caused by the interaction of moving water masses and sediments supplied from upstream reaches as a result of the bed retrogression and from the catchment area as a result of soil erosion. This interaction is a consequence of the «water flow-bottom sediments-deposition» system non-equilibrium when discordance between the flow-transported sediments and the flow transporting ability takes place. The signs of an unbalanced system are changes of the water flow and moving sediments kinetic energy contributions, as well as bottom and bank soils potential energy contributions to the total power balance of the system.

When there is equality between the sediments input and the flow transporting capability the channel system is in the state of equilibrium, «bed deformations reduce to displacement

of minor accumulative formations, such as the bottom ridges... and the local erosion sites are balanced with silting» [1].

In a non-equilibrium system, the river flow tends to minimize the movement power, this causes re-formatting both the river flow hydraulic structure, i.e. the liquid and solid phases' proportion, and the river channel shaped. Intensity of this re-formatting depends on the degree of discordance between the sediments discharge and the flow transporting ability, as well as on the type of rocks forming the watercourse bottom and banks.

The channel deformation calculations are inseparably linked with quantitative estimation of discharge of the solid matter transported by the flow. In the beginning of studying of solid matter displacement in watercourses separation of the total load discharge into tractional and suspended components was commonly accepted. However, as it is evident from the analysis of the process physics of the unsteady two-phase mass transfer, as well as from the date of almost hundred-year-long observations of river flows, that depending on the character of movement and the phase of its unsteady regime division of deposits into suspended and tracional is rather conditional. The modern sources repeatedly consider the issues of conditions for transition from one state to the other [1–3]. With great enough number of tracional load discharge formulas there is some lack of the formulas of total sediments discharge and suspended sediments discharge. However, while formulas of suspended and tracional deposits discharge often have empiric nature, formulas of total deposits discharge seem to be more physically grounded.

This article's objective is to select and comparatively analyze formulas for calculation of suspended sediments discharge.

THE MAIN ASPECTS OF THE RESEARCH

Nowadays, scientists propose formulas of the flow transporting ability as a formula of suspended sediments discharge in norms and applied works. In educational and academic literature the admixture spreading equation based on the diffusion theory of sediments movement is presented as a tool for the suspended sediments discharge calculation [1, 4, 5]. However, there is no final solution for the task of calculation of the suspended matter concentration within a flow neither in formulas for the flow transporting ability, nor in equations of the admixture spreading. It is evident that the sediments-carrying load of a river flow does not always corresponds to its transporting ability. The admixture spreading equation, which is an elementary continuity equation with already known suspended matter concentration within the flow (setting of the boundary condition), leaves the question of this concentration assessment open, too.

In XX century some attempts of the suspended sediments discharge formulas derivation were based on information on suspended sediments concentration in benthic layer (s_0) and actually were reduced to the suspended sediments concentration distribution diagram integral calculation (s).

H. Rose presented a theoretic equation for vertical distribution of suspended sediments in a turbulent flow in 1937. Thus, proportion of s_1 and s_2 concentrations at different depths h_1 and h_2 in a h -deep flow appears like the following [6]:

$$\frac{s_1}{s_2} = \left[\frac{h - h_1}{h_1} \frac{h_2}{h - h_2} \right]^z, \quad z = \frac{w_1}{k\beta u_*^*}, \quad (1)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{при } 0,1 > w/u^* \text{ или } w/u^* > 0,5 \\ 1+2(w/u^*)^2 & \text{при } 0,1 < w/u^* < 0,5 \end{cases}$$

where u^* is dynamic speed, m/s;
 w is hydraulic fineness, m/s;
 κ is Karman constant (0,4);
 β is diffusion coefficient.

We know that the suspended sediment transport is closely linked with the river flow turbulence and is accompanied by continuous matter exchange between the flow layers. General expression for the second-long discharge of suspended matter q_s , m/s through a single horizontal area element of the turbulent flow has the following form [1]:

$$-A \frac{g}{\rho_{\text{водн}}} \frac{ds}{dy} + sw = q_s, \quad (2)$$

where $Ag/\rho_{\text{водн}}$ is the turbulent diffusion coefficient, m^2/s ;
 g is acceleration of gravity, m/s^2 ;
 $\rho_{\text{водн}}$ is water density, kg/m^3 ;
 s is turbidity, m^3/m^3 ;
 y is a vertical coordinate, m.

If we take A to be constant in respect of the depth, the expression of concentration s at the depth y in general can be written as follows:

$$s = s_0 e^{-f(C, v, w, h, y, g)}, \quad (3)$$

where C is Chezy coefficient, $\text{m}^{0.5}/\text{s}$; h is average flow depth, m; v is average flow rate, m/s.

The near-bottom concentration or general stir up turbidity can be calculated, for instance, according V.M. Makkaveyev formula [7]:

$$s_0 = 0,000057 \frac{(0,7C + 6)C}{g} \frac{v_H^2}{h}, \quad (4)$$

где v_H is the non-eroding rate, m/s.

It is evident that the above expression for s concentration makes one to presuppose the exponential form of the turbidity vertical spreading diagram. However, the diagrams of this type are typical for particles with fineness of $d \geq 0,1$ mm, whereas concentration of particles less than 0,1 mm «lost direct linkage with the averaged movement elements and is described by the complicated shape curves» [5].

Insufficient attention to the problem of the suspended sediments formulas' development gives rise to some perplexity. As, in contrast with low measurement precision in respect of tractional load discharge and, as a consequence, some difficulties with development and verification of the corresponding formulas and their parameters' calibration, precision of suspended sediments discharge measurements is sufficiently high and instrumental research of river flows has a long history and systematic character. Certain neglect to the suspended sediments discharge calculation methods can be explained by the fact that a number of researchers take into account exclusively the tractional sediments impact upon the bottom re-formatting processes (channel processes) while considering suspended sediments only as transit ones [8].

At present, many researchers agree about existence of the problem of undoubted suspended sediments contribution into the bed formation processes [3]. This is just suspended sediments distributed within the flow bulk that distinctly and inter-relatedly affect other hydraulic variables of the flow state. On the one hand, the pulsation intensity in a turbulent flow decreases: as G.I. Barenblatt has shown, the work of suspending takes away energy from turbulent pulsations i.e. decreases the turbulent interfusion intensity. This resulted in

non-uniformity of the averaged rates vertical distribution [4]. On the other hand, the solid matter concentration increase within the water flow causes the moving mass increase with preservation, in general, total discharge, in compliance with the energy conservation law. The latter stipulates the two-phase flow movement rate increase with the conjugated depth decrease. A number of other investigations [1] has backed this effect.

OBJECTS AND METHODS OF RESEARCH

Formulas of suspended sediments discharge

Let us to consider several formulas of suspended sediments $G_{взв}$ discharge and to make comparative calculations.

A.V. Karaushev formula for suspended sediments with $0,04 \leq d \leq 0,3$ mm fineness, characterized by relation $u^*/w > 1,7$ [2]:

$$G_{взв} = 1,12 \cdot 10^{-6} \rho_{зрунута} \frac{v^2}{g^2 h} QC^2 \left(\frac{v}{w_{cp}} \right)^{0,75}, \quad (5)$$

$$w_{cp} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^m w_i p_i,$$

where d is average particles fineness, mm;

$\rho_{зрунута}$ is soil's density, kg/m³;

Q is water consumption, m³/s;

w_{cp} is average hydraulic fineness of the flow-transported fractions, m/s; m is number of fractions being transported;

p_i is per cent content of the i -th fraction with w_i , %, hydraulic fineness.

Van Rijn formula [9]:

$$G_{взв} = \alpha B \rho_{зрунута} d_{50} v D_{gr}^{-0,6} \left\{ \frac{v - v_{кр}}{\left[\frac{\rho_{зрунута} - \rho_{воды}}{\rho_{воды}} g d_{50} \right]^{0,5}} \right\}^{2,4}, \quad (6)$$

$$D_{gr} = d_{50} \left[\frac{g}{v^2} \frac{\rho_{зрунута} - \rho_{воды}}{\rho_{воды}} \right]^{1/3},$$

where α is coefficient assuming values from 0,008 to 0,012;

B is channel width, m;

d_{50} is average particle diameter, m;

$v_{кр}$ is critical flow rate based on Schild's criterion, m/s;

ν is kinematic viscosity, m²/s.

The flow critical rate depends on bottom sediments fineness. For medium fineness sand with $0,5 \leq d_{50} < 2,0$ mm

$$v_{кр} = 8,5 d_{50}^{0,6} \lg \left(\frac{12h}{6d_{50}} \right). \quad (7)$$

For fine and medium fineness sand with $0,1 < d_{50} < 0,5$ mm

$$v_{кр} = 0,19 d_{50}^{0,1} \lg \left(\frac{12h}{6d_{50}} \right). \quad (8)$$

Bagnold formula [10] is based on the energy balance concept: the flow capacity determines the energy for transporting of sediments.

$$G_{взв} = 0,01 \tau B \frac{v^2}{g w} \frac{\rho_{воды}}{\rho_{зрунута} - \rho_{воды}}, \quad (9)$$

where τ is tangential stress on the bottom, kg/(m²·s²).

Chang – Simons – Richardson formula [6]:

$$G_{взв} = \rho_{воды} dBC_a \left(vI_1 - 2 \frac{u^*}{K} I_2 \right), \quad (10)$$

where I_1 and I_2 are parameters depending on the depth and to be determined by Young nomograms [6].

I.F. Karasev formula [5] has been obtained for the conditions of dynamic balance between sedimentation and stirring up:

$$G_{взв} = QB\eta\varepsilon \frac{\rho_{воды}}{\rho_{грунта} - \rho_{воды}} \frac{0,00015C^2 v^3 \sqrt{g}}{g^2 h (0,755v\sqrt{g} + 0,5wC)},$$

$$\eta = 1,08 - 0,58 \left(\frac{v_c}{v} \right)^2,$$

$$v_c = 1,43 v_H, \quad (11)$$

$$B = \frac{wC + 0,7v\sqrt{g}}{12wC} \left(1 - e^{-\frac{12wC}{wC + 0,7v\sqrt{g}}} \right),$$

$$\varepsilon = 1 - 0,18 \frac{wC}{v\sqrt{g}},$$

where v_c is critical rate, m/s; η is break probability; ε is relation of the pulsation sediment-carrying part to their total aggregate; B is relation of average by vertical turbidity to the bottom turbidity.

Let us accept for further calculation all above said formulas except Chang – Simons – Richardson formula as determination of some parameters of this formula present certain difficulties. Due to the fact that watercourses whose observation data we used for the calculations have predominantly suspended flow of sediments, we will use the formulas of total sediments discharge G , that have shown good results in the calculations cited in [11].

Analytical formula of sediments discharge [12], obtained as an outcome of equation of balance of forces acting in the “water flow-bottom sediments-deposits” system has the following form

$$G = \frac{\rho_{грунта}}{\rho_{грунта} - \rho_{воды}} Q \left[\frac{c}{hg} - (1-f)\rho_{воды} I \right], \quad (12)$$

where f is internal friction coefficient, non-dimensional;

c is adherence of soil particles in case of displacement, kg/(m·s²);

I slope of the bed, non-dimensional.

Engelund and Hansen formula was obtained in the middle of the last century [14]:

$$G = \rho_{грунта} \cdot B \frac{0,05|v|^5}{(\rho_{грунта}/\rho_{воды} - 1)\sqrt{g}d_{50}C^3}. \quad (13)$$

The presented formula has relatively simple form and national researchers often use it in the two-phase flow models.

Karim and Kennedy formula. Researchers obtained a formula of total sediments discharge through the theory of dimensions defining the total sediments discharge dependency on average and dynamic low velocity, hydraulic fineness and average size of particles [15]:

$$G = B \cdot k \left[\frac{v}{\sqrt{g(\rho_{грунта}/\rho_{воды} - 1)d_{50}}} \right]^{2,97} \left(\frac{u^*}{w} \right)^{1,47} \sqrt{g(\rho_{грунта}/\rho_{воды} - 1)d_{50}^3}, \quad (14)$$

where k is proportionality coefficient equal to 0,00139.

Objects of the research

We have selected six North American rivers [16] as objects of the research. Results of calculation of total sediments discharge for these rivers are cited in [11]. The rivers are characterized by the extremely insignificant tractional sediments contribution in total sediments discharge: from 0,3 to 9,5 %, i.e. within the measurement error.

RESULTS AND DISCUSSION

Table 1 gives average relative departures between the calculated and the observed sediments discharges, while. Values of all calculated formulas parameters have been optimized through the minimization of relative departure between the observed and the calculated values of the suspended deposits discharges. In optimization of the formulas' parameters the recommended values of these parameters cited in the respective literature [5] for the roughness coefficient in formulas (5), (9) – (11), (13), (14); [9] for α coefficient in formula (6) have been taken as foundations.

The average relative deviation for all the watercourses under consideration (Table 2) was in the range from 41 % (the analytical formula of sediments discharge) to 97 % (Engelund-Hansen formula). Calculations by I.F. Karasev formula have shown the greater deviations: more than 1000 % exceeding over the observed sediments discharges for a number of watercourses. The analytical formula of sediments discharge, formulas of A.V. Karashev, Begnold and Van Rijn have shown the results of the same order of precision (within limits of 40–60 %).

Table 1. Average relative deviation between the observed and calculated by different formulae suspended sediments discharges, %

Hydro/metric reach	Analytic formula	Karim and Kennedy	Engelund-Hansen	Begnold	Van Rijn	I.F. Karasev	A.V. Karashev
Susitna River near Talkeetna, Alaska	34	40	43	39	38	36	35
Tanana River at Fairbanks, Alaska	28	33	36	29	31	273	28
Toutle River at Tower Road near Silver Lake, Wash	38	247	307	110	120	>1000	64
Fork Toutle River near Kid Valley, Wash	36	19	21	26	24	850	25
Clearwater River at Spalding, Idaho	52	79	92	71	76	86	70
Yampa River at Deerloge Park, Colo	60	79	82	74	86	>1000	85
Average value, %	41	83	97	58	62	–	51

The calculation formulas' relative error

Beside adequacy of mathematical approximation of the physical process of solid matter transport within the flow, the calculated function is also characterized by dispersion, which is formed by inaccuracies of measurement or determination of the arguments comprising the calculated formula. According to acting GOST P 8.563-2009, inaccuracies result from methodical and instrumental components of the measurement error, as well as the error introduced by an operator. Thus, the calculated value of the sediment discharge should "reflect in itself inaccuracy of the arguments and therefore should also be represented by some series of values that would have its own average and dispersion" [13]. After expansion of the expression for the calculated function dispersion into Taylor's series, the approximated value of dispersion σ_G will be equal to

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial G}{\partial x_j} \right) \text{cov}(x_i, x_j), \quad (15)$$

where σ_{x_i} is an error of the x_i argument definition. For independent arguments $\text{cov}(x_i, x_j) = 0$.

When knowing the formula arguments dispersions and values of co-variations between them one can calculate the function dispersion: the function «is to be determined by the limits of the interval within which it is located with the preset probability» [13]. At that, the calculation probability error will equal (taking as an assumption the calculated value of sediments discharge as average value)

$$\delta_G = \frac{\sigma_G}{G} 100 \%. \quad (16)$$

It is obvious; the more complicated is the formula structure, the more arguments and their combinations, the higher error probability.

Let us to assess the error probability of several of the above sediment discharge formulas with relatively simple structure. We took the observation data from the Tanana River at Fairbanks, Alaska as a calculation material. The values of co-variation between twin values of the calculated river flow rate variables will equal to $\text{cov}(Q, h) = 15, 21$; $\text{cov}(Q, v) = 7, 81$; $\text{cov}(v, h) = 0, 00054$. Other argument pairs of the considered calculation formulas are supposed to be independent, as an assumption.

Observations of the watercourse under investigation are dated back to 1980s and presuppose the corresponding instrumental and methodical basis. Taking into consideration the error data on determination of hydrological variables of the flow state (Q, v, h, B, L) given in different references on hydrometric standards, we will consider average error of each of these values as equal to 10 %. It is clear that the appointed error values are only conventional and are nothing but a numeral reference point for further calculations. Table 3 presents calculations of probable error $\delta_G, \%$ according to the above formulas of sediments discharge.

Table 2. Estimation of probable error $\delta_G, \%$

Formulas	$\delta_G, \%$
Analytical formula of sediments discharge	11
Bagnold formula	42
A.V. Karashev formula	32
Engelund-Hansen formula	54
Karim-Kennedy formula	48

As it is clear from Table 2, the error contribution of the argument determination in the function error probability varies depending on the structure of the formula. The analytical formula of sediments discharge in which the arguments' degree absolute indicator equals one has demonstrated the least error probability.

It is distinctly obvious that the obtained results (Table 2) are directly linked with the average relative disagreement between the calculated and the observed values of sediments discharge (Table 2): the formulas with the least error probability show in calculations better correspondence with the observed values.

CONCLUSIONS

Any successful simulating of the channel deformations has in its origin the correct understanding and the appropriate mathematical interpretation of the processes that determine these deformations. One of these processes undoubtedly is the solid matter (sedimentations) transfer by water flow. With the current multiplicity of formulas for the

tractional sediments, sufficient number of formulas for the total sediments discharge and relatively small set of formulas for the suspended sediments discharge, the quality of calculations by these formulas are apparently insufficient. The carried out calculations of the suspended sediments discharge by the most commonly known formulas have shown the calculation precision of the same order (excepted I.F. Karasev formula): average relative discrepancies between the calculated and the observed values of the sediments discharge are within the range from 41 to 97 %. At that, the most stable scheme of calculation of sediments discharge i.e. formula (12) includes parameters oriented to the system qualitative state (the category of bottom sediments fineness) and this enables to avoid the necessity to preset parameters associated with great variability of the bottom ground characteristics, for instance, size of particles of different probability.

Precision of measurement of the suspended and tractional loads discharge make its contribution to the compliance of calculated and observed values. The analytical formula of sediments, in which the arguments' degree absolute indicator equals to one, has shown less probability of error. The calculated probability of calculation error is unambiguously linked with the average relative deviation between calculated and observed values of the sediments discharge: formulas with the less error probability show in calculations better compliance with the observed values.

About the author:

Marina V. Shmakova, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Institute of Limnology of the Russian Academy of Sciences, ul. Sevastyanova, 9, St. Petersburg, 196105, Russia; e-mail: m-shmakova@yandex.ru

For citation: *Shmakova M.V. On the Issue of Calculation of the Suspended Sediment Load Discharge // Water Sector of Russia. 2020. No. 1. P. 50-71.*

REFERENCES

1. *Karaushev A.V. Problemy dinamiki yestestvennykh vodnykh potokov* [Problems of the natural water flows dynamics]. L.: Gidrometeoizdat, 1960. 392 p.
2. *Rekomendatsiyi po prognozu transformatsiyi rusla v nizhnikh byefakh gidrouzlov* [Recommendations on forecast of the bed transformation in hydro power plants downstream]. SO 34.21.204. 2005.
3. *Chalov R.S. Ruslovedeniye: teoriya, geografiya, praktika* [Science of beds: theory, geography, practice]. Vol. 1: Rusloviye protsessy: factory, mekhanizmy, formy proyavleniya i usloviya formirovaniya rechnykh rusel. M.: URSS, 2011. 960 p.
4. *Grishanin K.V. Gidravlicheskiye soprotivleniya yestestvennykh rusel* [Hydraulic resistance of natural beds]. SPb.: Gidrometeoizdat, 1992. 184 p.
5. *Karasev I.F. Rusloviye protsessy pri pererabotke stoka* [Channel processes in the runoff transfer]. L.: Gidrometeoizdat, 1975. 288 p.
6. *Sedaei N., Honarbakhsh A., Mousavi F. and Sadatinejad J. Suspended Sediment Formulae Evaluation, Using Field Evidence from Soolegan River // World Applied Sciences Journal. 19 (4). 2012. P. 486–496.*
7. *Makkaveyev V.M. Uchet vetrovogo faktora v dinamike voln i perenosnykh techeniy* [Account for the wind factor in the dynamic of waves and transportation flows]. Trudy GGI. Vyp. 28 (82). 1951. Pp. 3–35.
8. *Kondratyev N.Y. Rusloviye protsessy rek i deformatsiyi beregov vodokhranilishch* [River channel processes and reservoirs' banks deformations]. SPb.: Znak, 2000. 258 p.
9. *Van Rijn L.C. Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport // Journal of Hydraulic Engineering. ASCE, Vol. 110, No. 11. 1984.*

10. *Bagnold R.A.* An approach to the sediment transport problem from general physics. Us geological survey professional. 1966. 422 p.
11. *Shmakova M.V., Kondratyev S.A.* Analiz i raschety tverdogo stoka (na primere severoamerikanskikh rek) [Analysis and calculations of solid flow (North American rivers as a study case)] // Ucheniye zapiski Rossiyskogo gosudarstvennogo gidrometeorologicheskogo universiteta. 2016. No.43. Pp. 51–66.
12. *Shmakova M.V.* Raschety tverdogo stoka rek i zaileniya vodokhranilishch [Calculations of rivers' solid flow and reservoirs' silting]. SPb: Izd-vo VVM, 2018. 149 p.
13. *Velikanov M.A.* Oshibki izmereniya i empiricheskiye zavisimosti [Gauging errors and empiric dependencies]. L.: Gidrometeoizdat, 1962. 303 p.
14. *Engelund F., Hansen E.* A monograph on Sediment transport In Alluvial Streams // Nordic Hydrology. No. 7. 1967.
15. *Karim M.F. and Kennedy J.F.* Computer-based Predictors for Sediment Discharge and Friction Factor of Alluvial Streams. Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa. Report. No. 242. 1983.
16. Measured total sediment loads (suspended loads and bedloads) for 93 United States streams. U.S. Geological Survey, Denver, Colorado. 1989. 131 p.