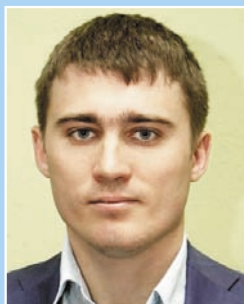


ФРАКТАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ БАСЕЙНА РЕКИ СУРЫ

© 2018 г. С.В. Соболев, В.М. Красильников

ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, г. Нижний Новгород, Россия

Ключевые слова: р. Сура, речная сеть, гидрологические закономерности, фрактальная размерность, Пензенское водохранилище, фрактальные параметры.



С.В. Соболев В.М. Красильников

онный подход с использованием метода разделения (divider method). Вычислена фрактальная размерность речной сети бассейна р. Суры по обеим методикам, проведено сравнение результатов.

Для Пензенского водохранилища, заполненного в 1979 г., посредством гидрографических изысканий уточнен план берегов, дна и морфометрические параметры по состоянию на 2005 г. Изложен метод подсчета занятых ячеек (box-counting), с его использованием впервые вычислена фрактальная размерность береговой линии водохранилища. Посредством коэффициента формы охарактеризована плановая конфигурация Пензенского водохранилища, определено его место в разработанной классификации водохранилищ по сложности плановой конфигурации. Результаты работы могут быть использованы в качестве дополнения к Схеме комплексного использования и охраны водных объектов бассейна р. Суры.

С позиций фрактальной геометрии исследованы водные объекты бассейна р. Суры – речная сеть с 800 водотоками и наибольшее в бассейне Пензенское водохранилище с площадью водного зеркала около 100 км². Речная сеть бассейна р. Суры охарактеризована гидрологическим законом Хака. Впервые представлена методика определения фрактальной размерности речной сети с применением закона Хортона, изложен также традици-

Совокупность постоянных и временных поверхностных водотоков – больших и малых рек, ручьев, включающую также водоемы с замедленным водообменом (болота, озера, пруды, водохранилища), называют гидрографической сетью. Гидрографические сети исследуются территориально для научных целей или в бассейнах отдельных рек для решения конкретных

задач. В данной статье представлены методики и определены фрактальная размерность речной сети и фрактальные параметры Пензенского водохранилища как практически полезное дополнение к Схеме комплексного использования и охраны водных объектов бассейна р. Суры [1].

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Речная сеть. Гидрологические закономерности

Во фрактальной геометрии [2, 3] понятие длины бессмысленно для географических кривых, но гидрология не обходится без натурального измерения элементов речной сети. Длина рек измеряется вдоль самого длинного русла от истока до устья.

Характеристикой размера реки может служить ее порядок i в речной сети бассейна, определяемый по разным схемам. Конкретному значению порядка реки в условиях одной природной зоны соответствуют близкие гидрографические и гидрологические характеристики (расходы воды и наносов), т. е. при порядках водотоков $i_a = i_b = const$ достигается их гидрологическое подобие [4].

Для стационарных речных сетей существуют эмпирические закономерности (скейлинговые соотношения) между порядком рек, их длиной, площадью бассейна. Наиболее известна степенная зависимость длины реки L от площади ее водосбора F :

$$L = r \cdot F^h, \quad (1)$$

где r и h – эмпирические коэффициенты [5].

Выражение (1) именуют законом Хака, а показатель степени h – показателем Хака. Коэффициенты r и h в (1) не носят всеобщего характера, они территориально изменчивы.

Анализ выполнения закона Хака (1) представлен по регионам или бассейнам отдельных рек во многих зарубежных и отечественных публикациях [6–12]. Так, для рек Европейской территории России $L \approx 1,37 \cdot F^{0,575}$ [11], для рек бассейна р. Дон $L \approx 1,41 \cdot F^{0,58}$ [10], для малых рек Урала и Предуралья $L \approx 0,91 \cdot F^{0,64}$ [4], для рек Сибири и Дальнего Востока $L \approx 1,49 \cdot F^{0,75}$ [11], для рек северо-востока США $L \approx 1,4 \cdot F^{0,6}$ [5, 12]. В данной работе зависимость (1) охарактеризована речная сеть бассейна р. Суры.

Фрактальная размерность речной сети

Для фракталов [2, 12, 13] центральным понятием является самоподобие (скейлинг). Математическим выражением самоподобия выступают степенные законы

$$f(x) = c \cdot (x)^D \quad (2)$$

с целочисленными или дробными постоянными c и D . Главной количественной характеристикой фрактального объекта является его фрактальная размерность D .

Теоретически фрактальный формализм применим для описания объектов с бесконечным диапазоном скейлинга, т. е. самоподобным поведением в бесконечно широком диапазоне размеров. Между тем, природные объекты представляют собой конечные системы с ограниченным диапазоном скейлинга. Использование фрактальной методологии в теоретических построениях предполагает предварительное подтверждение самого факта фрактальности исследуемого объекта [13]. Понятно, что речная сеть самоподобна лишь в некотором смысле. Это самоподобие выражается в сохранении древовидного рисунка при масштабировании, хотя структура древовидности может быть различной при разной степени разрешения изображения. Главное условие фрактальности – неисчезающая сложность при увеличении масштаба – сохраняется для речной сети вплоть до элементов длиной около 1 км. При дальнейшем увеличении масштаба речная сеть не усложняется [14].

Вслед за Б. Мандельбротом [2] поиском фрактальных размерностей речных сетей увлеклось большое число исследователей. В поисковой системе SCIRUS насчитывается более 7000 ссылок на англоязычные статьи, содержащие сочетания слов «речная сеть» (river network) и «фракталы» (fractals) [14]. Известны российские публикации [11, 14–19]. Например, в [14] представлены результаты большой работы по определению фрактальных размерностей речных сетей на территории Северной Евразии в границах бывшего СССР. Обычно используется традиционный подход [12] – метод разделения (divider method) [13], когда рассматривается зависимость числа объектов от их масштаба, в данном случае:

$$N_i \approx r_i^{-D}, \quad (3)$$

где N число водотоков i -го порядка; r_i – средняя длина водотока i -го порядка. Величина r_i служит измерителем длины (единицей масштаба). Зависимость (3) отображается графически в билогарифмических координатах $\ln N$ и $\ln r$ в виде прямой, по наклону которой вычисляется фрактальная размерность речной сети [14, 19]. В рамках данной работы опробован подход, несколько отличный от традиционного.

Еще задолго до появления фрактальной парадигмы [2] Р. Хортоном было введено количественное описание упорядоченной сети водотоков [20]. Как оказалось, оно открывает возможность определения фрактальной размерности рек [13].

По Р. Хортону представленные на топографической карте водотоки, не имеющие притоков, определяются как водотоки первого порядка ($i = 1$). Когда два водотока первого порядка соединяются, они образуют водоток второго порядка ($i = 2$). При соединении двух водотоков второго порядка образуется водоток третьего порядка ($i = 3$) и т. д. Кроме того, водотоки первого порядка ($i = 1$) могут вливаться в водотоки второго порядка ($i = 2$),

третьего порядка ($i = 3$) и любые другие водотоки более высокого порядка. Аналогично водотоки второго порядка ($i = 2$) могут соединяться с водотоками третьего порядка ($i = 3$), четвертого порядка ($i = 4$) и т. д. Суммируя сформулированные правила, можно констатировать, что, когда водоток порядка i_1 сольется с водотоком порядка i_2 , результирующий водоток будет иметь порядок:

$$i = \max(i_1, i_2) + \delta_{i_1, i_2}, \quad (4)$$

где δ – символ Кронеккера, т. е. порядок увеличивается только при слиянии двух равнозначных (одного порядка) водотоков. Таким образом, можно построить классификацию всех рек бассейна так, что главная река будет иметь наибольший порядок i_{max} . Описанную схему формализации структуры сети водотоков гидрологи именуют схемой Стралера – Философова [19].

Р. Хортон определил бифуркационный коэффициент R_b и коэффициент упорядочения длин водотоков R_r как отношения:

$$R_b = N_i / N_{i+1}; R_r = r_{i+1} / r_i, \quad (5)$$

где N_i – число водотоков i -го порядка в речной сети; r_i – средняя длина водотока i -го порядка. По результатам анализа реальных гидрологических данных было обнаружено приблизительное постоянство коэффициентов R_b и R_r и независимость их от порядка водотоков в любой речной сети. Эти эмпирические факты называют законами Хортон.

Используя итерационное определение фрактальной размерности

$$D = \frac{\ln(N_i/N_{i+1})}{\ln(r_{i+1}/r_i)} \quad (6)$$

и подставляя в него соотношения (5), получаем выражение для фрактальной размерности речной сети бассейна:

$$D = \frac{\ln R_b}{\ln R_r}. \quad (7)$$

Другими словами, справедливость законов Хортон означает, что речные сети являются фрактальными деревьями [13]. Таким образом, следуя законам Хортон, при определении фрактальной размерности речной сети анализируется соотношение между длиной водотоков и их порядком, причем анализ применяется к соседствующим порядкам рек с последующим усреднением D .

Фрактальные параметры водохранилищ

Во фрактальной геометрии водное зеркало водохранилища – это замкнутая плоская фигура конечной площади, ограниченная береговой линией бесконечной длины.

Береговая линия, длина которой измеряется по урезу НПУ, представляет фрактал с размерностью $1 < D < 2$. Фрактальная размерность D характеризует степень извилистости береговой линии: величина D тем больше, чем более изрезанным является берег. Для нахождения фрактальной размерности береговой линии по ее изображению удобно применять метод подсчета занятых ячеек (box-counting) [13], называемый также клеточным методом [2, 3, 12].

Плановая конфигурация водохранилища может быть охарактеризована коэффициентом формы K_f , который наиболее корректно определяется соотношением

$$K_f = \frac{L}{\sqrt{F}}, \quad (8)$$

где L – длина береговой линии; F – площадь водного зеркала водохранилища [13].

Числовое значение K_f тем больше, чем сложнее форма фигуры. Этот коэффициент чувствителен к связным фигурам, когда увеличение изрезанности их контура без самопересечений приводит к уменьшению площади и росту периметра при неизменных линейных размерах [21]. Использование отношения (8) предполагает отсутствие у фигуры фрактальных свойств. С учетом фрактальных свойств коэффициент формы зависит от размера ε используемого эталона измерения. Для получения удовлетворительного результата этот эталон должен быть предельно малым и одинаковым при измерении длины береговой линии и площади зеркала водохранилища [2, 3].

Фрактальные размерности береговых линий D и коэффициенты плановой формы K_f вычислены для нескольких десятков российских водохранилищ [22] и озер [23].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Речная сеть бассейна р. Суры

Данные для расчета взяты из Схемы комплексного использования и охраны водных объектов (СКИОВО) бассейна р. Суры [1].

Река Сура впадает в Волгу у г. Васильсурска и имеет длину 841 км, площадь водосбора 67 500 км² (рис. 1). В бассейне насчитывается, кроме р. Суры, 800 рек, в их числе 260 рек (ручьев) длиной менее 10 км. Собственно у Суры 95 притоков длиной более 10 км. Порядок у р. Суры $i_{max} = 5$, как главной реки бассейна, определен с учетом рек длиной более 10 км. В табл. 1 приведены данные о количестве всех рек разных порядков в бассейне р. Суры и их длине. Реки (ручьи) длиной менее 10 км отнесены к водотокам 1 порядка.

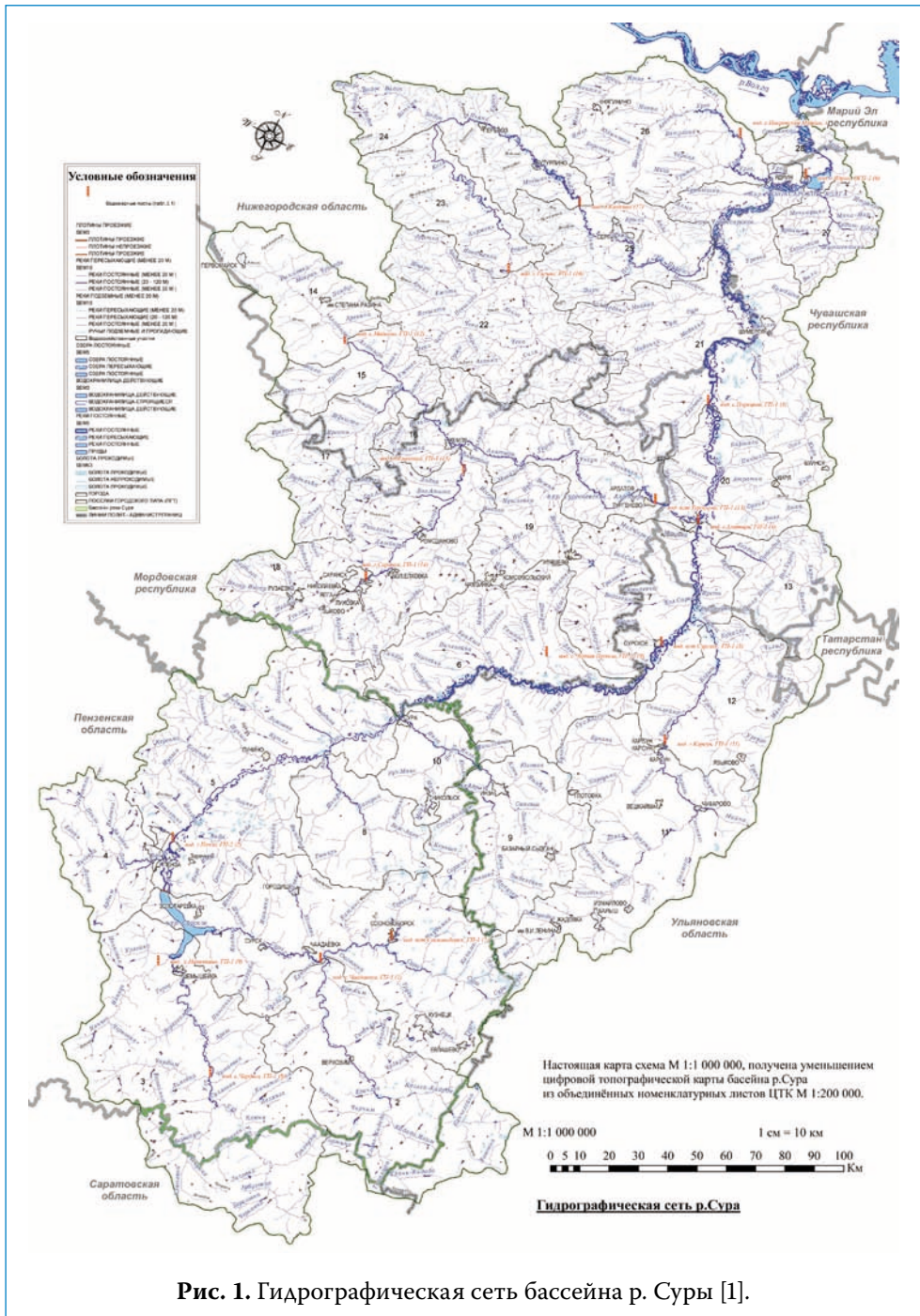


Рис. 1. Гидрографическая сеть бассейна р. Суры [1].

Таблица 1. Параметры рек бассейна р. Суры

Порядок реки, i	Количество рек, N_i	Общая длина рек, ΣL_i , км	Средняя длина, r_i , км	Коэффициенты		Фрактальная размерность речной сети, D
				Бифуркационный, R_b	Упорядочение длин водотоков R_b	
5	1	841	–	–	–	–
4	3	979	326,30	6,333	3,370	1,519
3	19	1841	96,80			
2	101	3181	31,49			
1	677*	6919*	10,20	6,703	3,087	1,687
Вся речная сеть	801	13761	–	–	–	1,564

Примечание:* – в т. ч. 260 рек (ручьев) длиной менее 10 км общей длиной 659 км.

На рис. 2 построены графики зависимости «длина реки – площадь водосбора» для рек бассейна длиной более 10 км в натуральных и билогарифмических координатах в качестве гидрологических характеристик. При этом было учтено 310 рек, по которым имелись данные в СКИОВО не только о длине, но и о площадях водосбора. Степенная зависимость (1) для малых рек бассейна р. Суры получена в виде

$$L = 1,582 \cdot F^{0,548} \quad (9)$$

и в билогарифмических координатах выстроилась в прямую линию.

Из табл. 1 следует, что коэффициенты R_b и R_r (5) для разных порядков рек бассейна имеют близкие значения, указывая на справедливость законов Хортон применительно к данной речной сети. Фрактальная размерность речной сети бассейна р. Суры определена выражением (7) и составила $D = 1,564$. Отклонения от среднего значения не превысили $\Delta D = 0,123$ (7,7 %) и в данном случае несущественны.

В порядке реализации вышеописанного метода разделения по данным табл. 1 о количестве рек N_i и их средней длине r_i посредством графика зависимости $N(r)$ в билогарифмических координатах (рис. 3) фрактальная размерность речной сети бассейна р. Суры получена равной $D = 1,563$.

Значения D , определенные обоими методами, практически совпали. При этом, для инженерных задач оценка фрактальных размерностей речных сетей с применением законов Хортон представляется более привлекательной.

Величина фрактальной размерности $D = 1,56$ укладывается в представление о том, что для бассейнов многих российских рек $D = 1,1 - 1,7$ и с увеличением D в древовидном рисунке речной сети начинают все более доминировать реки

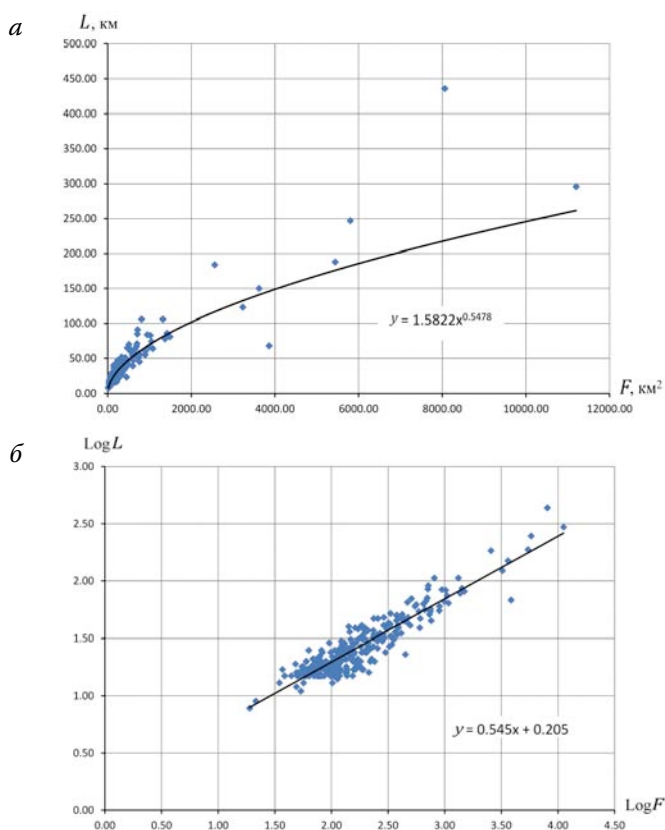


Рис. 2. Зависимость длины от площади водосбора для рек бассейна р. Суры длиной более 10 км в натуральных (а) и билогарифмических (б) координатах.

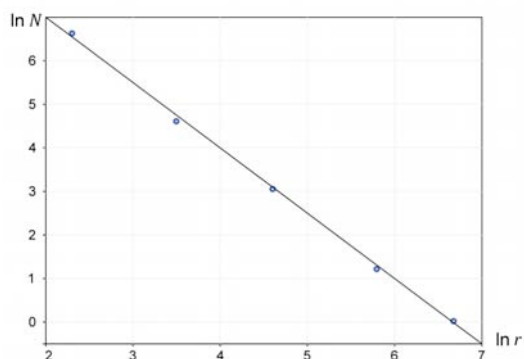


Рис. 3. График зависимости $N(r)$ в билогарифмических координатах для речной сети бассейна р. Суры. $D \approx 1,563$.

относительно малой длины, т. е. наблюдается увеличение степени покрытия бассейна линиями речной сети, присущее фрактальным объектам [14].

Пензенское водохранилище на р. Сура

В бассейне р. Суры 2648 озер, прудов и водохранилищ [1]. Наибольшее из водохранилищ – Пензенское – построено в 1979 г. для водоснабжения г. Пензы и орошения прилегающих земель. Его протяженность по р. Сура – 27 км при ширине до 3 км, по ее левому притоку р. Узе – 12,5 км.

В результате эхолотной и геодезической съемок были уточнены план берегов и дна в масштабе 1:25 000 (рис. 4) и морфометрические параметры водохранилища (табл. 2) по состоянию на 2005 г. По сравнению с проектными данными за прошедший период эксплуатации длина береговой линии увеличилась с 99 до 109 км, что мало отразилось на площади водного зеркала водохранилища.



Таблица 2. Параметры Пензенского водохранилища на р. Суры

Год	НПУ, м БС	Полный объем, млн м ³	Береговая линия		Водное зеркало	
			Длина, <i>L</i> , км	Фрактальная размерность, <i>D</i>	Площадь, <i>F</i> , км ²	Коэффициент формы, <i>K_f</i>
1979 (проектные данные)	150,00	560,0	99	1,349	110,0	9,44
2005 (уточненные данные)	150,00	524,8	109	–	94,04	11,24

Фрактальная размерность береговой линии водохранилища определена равной $D = 1,349$, а коэффициент плановой формы $K_f = 11,24$ (табл. 2). Полученная фрактальная размерность согласуется с данными Е. Федера, который отмечал, что для многих береговых линий значение D близко к 1,3 [12]. Так, фрактальные размерности водохранилищ Волжско-Камского каскада $D = 1,181 - 1,400$ [22]. В разработанной классификации водохранилищ по сложности плановой конфигурации [24] Пензенское водохранилище находится в категории «средней сложности» – K_f от 20 до 10.

ВЫВОДЫ

Фрактальный подход увеличивает возможности количественного описания параметров водных объектов. Фрактальная размерность выделяется определенными преимуществами в ряду морфометрических показателей, используемых при их характеристике. На примере бассейна р. Суры подтверждена практическая применимость предложенного метода вычисления фрактальной размерности речных сетей с использованием законов Хортона.

Вычисленные фрактальные размерности речной сети ($D = 1,56$) и береговой линии Пензенского водохранилища ($D = 1,34$) в бассейне р. Суры уложились в известные представления об однозначности этих величин. Вычисленный коэффициент формы Пензенского водохранилища ($K_f = 11,24$) указал на его категорию («средней сложности») в разработанной классификации водохранилищ по сложности в плановой конфигурации.

Сведения о фрактальных параметрах речных сетей и поверхностных водоемов востребованы в разрабатываемых по бассейновому принципу Схемах комплексного использования и охраны водных объектов, информационных системах и базах данных, открывают перспективы развития методов гидрологических расчетов и прогнозов. В связи с изменением со временем морфометрических показателей водных объектов желательно, чтобы оценка их фрактальных параметров проводилась перманентно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев С.В. Разработка схемы комплексного использования и охраны водных объектов бассейна р. Суры / С.В. Соболев, А.В. Февралев, И.С. Соболев, Н.П. Сидоров и др. // Приволжский научный журнал. 2013. № 4. С. 124–129.
2. Mandelbrot B.B. Fractals: form, chance and dimencions / B.B. Mandelbrot. San-Francisco: Freeman, 1977. 365 p.
3. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
4. Вода России. Малые реки /под науч. ред. А.М. Черняева. РосНИИВХ. Екатеринбург: АКВА-ПРЕСС, 2001. 804 с.
5. Hack, J.T. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland // U. S. Geological Survey Professional. Paper № 294-b, 1957. P. 45–97.
6. Willettin J.H. Hack's law: Sinuosity, convexity, elongation // Water Resour. Res., 2000. Vol. 36. P. 3365–3374.
7. Hunt A.G. Brief communication: Possible explanation of the values of Hack's drainage basin, river length scaling exponent // Nonlin. Processes Geophys, 2016. Vol. 23. P. 91–93.
8. Гидрологические аспекты проблемы территориального перераспределения речного стока / под ред. Р.А. Нежиховского. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 136 с.
9. Сикан А.В. Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. СПб.: РГГМУ. 2007. 278 с.
10. Догановский А.М., Орлов В.Г. Сборник практических задач по определению основных характеристик водных объектов суши (практикум по гидрологии). СПб.: РГГМУ, 2011. 316 с.
11. Лепихин А.П. К анализу структуры гидрографических сетей // Географический вестник – Geographical bulletin. 2017. № 3(42). С. 53–60.
12. Федер Е. Фракталы / пер. с англ. М.: Мир, 1991. 254 с.
13. Иудин Д.И., Копосов Е.В. Фракталы: от простого к сложному. Н. Новгород: ННГАСУ, 2012. 182 с.
14. Сидорчук А.Ю. Фрактальная геометрия речных сетей // Геоморфология. 2014. № 1. С. 3–14.
15. Никора В.И. Фрактальные свойства некоторых гидрологических объектов. Кишинев: ИГИГ АН МССР, 1988. 43 с.
16. Васильев Л.Н. Фрактальность и самоподобие природных пространственных структур // Известия РАН. Сер. геогр. 1992. № 5. С. 25–35.
17. Балханов В.К., Башкуев Ю.В. Фрактальная размерность структуры русловой сети дельты Селенги // Водные ресурсы. 2004. Т. 31. № 2. С. 165–169.
18. Мельник М.А. Фрактальный анализ извилистости рек (на примере Томской области) // Вестник Томского ун-та: науки о Земле, 2010. № 335. С. 168–176.
19. Алексеевский Н.И., Косицкий А.Г., Харитонов А.В. Фрактальные свойства речных систем и их использование в гидрологических расчетах // Вестник Томского гос. ун-та. 2013. № 371. С. 167–170.

20. *Horton R.E.* Erosional development of streams and their drainage basins; hydrophysical approach to quantitative morphology // *Geol. Soc. Am. Bull.* 1945. № 56. P. 275–370.
21. *Фетисова М.А., Володин С.С.* Коэффициент формы как геометрическая характеристика // *Молодой ученый.* 2011. № 5. Т. 1. С. 105–107.
22. *Соболь С.В., Зайнуллина Н.Р.* Фрактальные размерности береговых линий долинных водохранилищ // *Приволжский научный журнал.* 2017. № 2. С. 252–256.
23. *Меншуткин В.В.* Фрактальный анализ конфигурации озер Карелии // *Тр. Карельского научного центра РАН.* 2015. № 9. С. 109–113.
24. *Соболь С.В., Зайнуллина Н.Р.* О классификации водохранилищ по конфигурации в плане // *Приволжский научный журнал.* 2017. № 2. С. 116–124.

Сведения об авторах:

Соболь Станислав Владимирович, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой гидротехнических и транспортных сооружений, ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ФГБОУ ВО ННГАСУ), 603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, д. 65; e-mail: gs@nngasu.ru

Красильников Виталий Михайлович, ст. преподаватель, кафедра гидротехнических и транспортных сооружений, ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ФГБОУ ВО ННГАСУ), 603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, д. 65; e-mail: v_gs@mail.ru